

Комбинаторика и слова

УПРАЖНЕНИЕ. Вычислите $10!/(7! \cdot 3!)$.

1. Ксения Юрьевна посчитала, сколько существует 6-значных чисел, все цифры которых имеют одинаковую четность. Докажите, что вы тоже можете это сделать — посчитайте!

2. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску две (одинаковые) ладьи так, чтобы они не били друг друга?

3. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове а) “ПЛОХО”; б) “ХОРОШО”? (Словом называется произвольная последовательность букв.)

4. Известно, что $\frac{a+b}{a-b} = 3$. Какие значения может принимать выражение $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$? (Как обычно, нужно найти все варианты и показать, что других нет.)

5. На доске написано число 53. Каждую минуту его возводят в 1000 степень, последние две цифры получившегося числа записывают на доске, а старое число стирают. Докажите, что рано или поздно числа начнут повторяться по циклу.

6. Неизвестный спонсор называет три цифры (не обязательно различных) и обещает шоколадку тому семикласснику, который составит из них одно-, двух- или трехзначное число, кратное трем. Всегда ли такое найдется?

7. На квадратной площади со стороной 1 км стоит 51 памятник И.П.Г.Л. Дирихле. Докажите, что какие-то три памятника помещаются на квадратном участке со стороной 200 м.

Вопрос: а сколько всего кабинетов в школе?

Материалы, а также полезная информация есть на сайте:

<http://www.mccme.ru/s43/math/>