

## Доказательство от противного

1. Найдите остаток от деления  $10^{100}$  при делении на 7.
2. В Москве живет уже больше чем 10,1 млн. жителей. У каждого на голове не более 100 тысяч волос. Докажите, что имеется хотя бы 100 жителей Москвы с одинаковым количеством волос на голове.
3. К празднику зал украсили 50 воздушными шариками. Докажите, что среди них найдутся либо 8 одноцветных, либо 8 шариков разных цветов.
4. Максим Амирьянович должен был разделить число на 2, а к результату прибавить 3, а он, по ошибке, умножил число на 2, а от полученного произведения отнял 3. Ответ все равно получился правильный. Какой?
5. Докажите, что из любых 7 чисел можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 10. б) Докажите, что из любых 11 чисел можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 19.
6. Изначально на доске написано 1. К числу прибавляют сумму его цифр, после этого старое число стирают и записывают новое. Докажите, что мы никогда не получим число, состоящее из одних девяток.
7. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  таковы, что отрезки  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Также известно, что  $BO = OC$ ,  $AO = OD$ . Чему равен угол  $\angle ACD$ , если  $\angle ABC = 71^\circ$  и  $\angle BCA = 36^\circ$ ?