

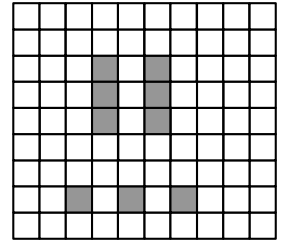
Математический кружок 7 класс

Занятие 16

Узкие места

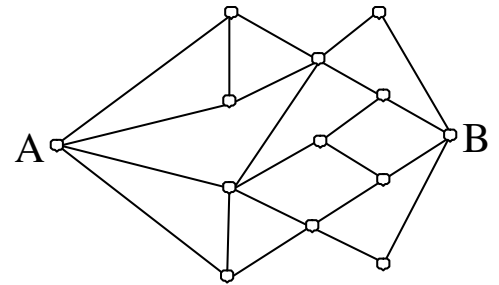
05.02.2009

1. Можно ли доску 10×9 с вырезанными девятью клетками (см рис.) разрезать на уголки из трех клеток?
2. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на треугольники с углами $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$.



3. Можно ли разместить числа от 1 до 16 а) в строку б) по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа?

4. Дана схема сообщений (см. рис). Докажите, что существует не более 3 непересекающихся путей из вершины А в вершину В.



5. В одной маленькой стране всего 15 городов. Некоторые из них соединены дорогами. Докажите, что из каких-то двух городов ведет одинаковое число дорог.
6. Муравей ползает по клеткам доски 8×8 . Сначала он ползет на соседнюю клетку по горизонтали, потом на соседнюю клетку по вертикали, потом снова на соседнюю клетку по горизонтали и так далее. Может ли он обойти все клетки, побывав в каждой ровно один раз?

Еще несколько задач.

7. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что любые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Доказать, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.
8. Можно ли некоторые клетки белой доски 9×9 покрасить в черный цвет так, чтобы каждая клетка (как белая, так и черная) граничила по стороне с нечетным числом черных клеток?
9. В книге встретилось несколько дат, каждая записана шестью цифрами (сегодня, например, 05.02.09). Могло ли случиться, что каждая цифра от 0 до 9 встретилась одинаковое число раз?