

Уральская

1. На доске написаны несколько дробей. Сумма всех дробей с нечетными знаменателями равна произведению всех дробей с четными знаменателями. Могут ли все дроби быть несократимыми?

2. В лагерь заехало несколько детей, среди которых есть двое знакомых и есть двое незнакомых. Докажите, что среди них можно выбрать троих таким образом, чтобы один из этих троих был знаком ровно с одним из двоих оставшихся.

3. Натуральное число $n < 10000$ таково, что число $n + 100!$ — простое. Докажите, что число n тоже простое или равно 1.

4. В таблице 3×3 расставлены 9 чисел так, что 6 сумм этих чисел во всех строках и столбцах таблицы различны. Какое наибольшее количество чисел в этой таблице может равняться единице?

5. Квадрат 40×40 разбит на 400 Г-тетрамино. Докажите, что найдется прямая, идущая по линии сетки, которая хотя бы 6 из них разрезает на две доминошки.

6. Можно ли первые 1000 простых чисел, больших двойки, разбить на две группы по 500 чисел таким образом, чтобы суммы квадратов чисел в этих группах были равны?

7. Игорь отметил внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ две точки P и Q . Ему показалось, что каждый из отрезков DP и BP больше, чем каждый из отрезков AP и CP , а каждый из отрезков DQ и BQ , наоборот, меньше, чем каждый из отрезков AQ и CQ . Докажите, что Игорь заблуждается.