

**С Новым, математическим, годом!**

1. Докажите, что  $C_n^k = C_n^{n-k}$ .
  2. Найдите количество чисел, не превосходящих 120, и а) делящихся на 2 или на 3; б) делящихся на 2, на 3 или на 5.
  3. Самый высокий математик среди шахматистов и самый высокий шахматист среди математиков — всегда ли это один и тот же человек?
- 
4. Докажите, что среди чисел, меньших 1000, поровну чисел с суммой цифр 15 и с суммой цифр 12.
  5. Сколько существует шестизначных чисел, в которых нет двух рядом стоящих одинаковых цифр?
  6. Костя пытается составить "антимагический" квадрат  $4 \times 4$  из чисел:  $-1, 0, 1$ , т. е. такой, что суммы чисел по вертикалям, горизонталям и двум диагоналям различны. Удастся ли это ему?
  7. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. а) Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду. б) Верно ли утверждение пункта а), если детей 49?
  8. Решите в целых числах уравнение  $xy - x - y = 5$ .
  9. На прямой отмечен отрезок  $AB$  и 45 точек вне него. Докажите, что сумма расстояний от этих точек до точки  $A$  не равна сумме расстояний до точек  $B$ .
  10. В олимпиаде, состоящей из 6 задач, участвуют 200 школьников. Известно, что каждую задачу решили хотя бы 120 человек. Докажите, что можно выбрать двух школьников таким образом, чтобы каждую задачу решил кто-либо из этой пары.