

Средняя линия треугольника

Определение. Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется его **средней линией**.

Свойство средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна основанию и равна его половине.

Обратная теорема. Прямая, параллельная стороне треугольника и проходящая через середину другой его стороны, проходит и через середину третьей стороны треугольника.

129. Точки М и N расположены на двух сторонах треугольника ABC. Отрезок MN параллелен третьей стороне треугольника и равен ее половине. Докажите, что он является средней линией треугольника.
130. Точка К расположена на прямой АВ. Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне АВ, делит пополам отрезок СК.
131. Докажите, что расстояние от вершины треугольника до ортоцентра вдвое больше, чем расстояние от центра описанной окружности до стороны, противолежащей этой вершине.
Теорема Вариньона. Середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма.
Следствие. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, пересекаясь, делятся пополам.
132. Середины сторон четырехугольника являются вершинами а) ромба; б) прямоугольника. Каким свойством обладают диагонали исходного четырехугольника?
133. Восстановите: а) треугольник; б) пятиугольник по серединам всех его сторон. Подумайте, почему Вам не предлагают восстановить четырехугольник по серединам его сторон.
134. Точки К, L, M, N – середины сторон соответственно АВ, ВС, CD и DE пятиугольника ABCDE, а точки Р и Q – середины отрезков соответственно KM и LN. Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ = 1/4 AE$.

Домашнее задание

135. Докажите, что середины двух противоположных сторон любого четырехугольника без параллельных сторон и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма.
136. Докажите, что медиана и соответствующая средняя линия треугольника делят друг друга пополам.
137. Сторона треугольника равна a . Найдите отрезок, соединяющий середины медиан, проведенных к двум другим сторонам.
138. Расстояние между серединами двух взаимно перпендикулярных хорд некоторой окружности (ни одна из них не диаметр) равно 10. Найдите расстояние от центра окружности до точки пересечения хорд.
139. Дан треугольник ABC. На его сторонах построены внешним образом квадраты ABMK и BCXY. а) Докажите, что отрезки MC и AY равны и перпендикулярны.
б) Докажите, что середины отрезков AC и MY и центры построенных квадратов являются вершинами еще одного квадрата.

Средняя линия треугольника

Определение. Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется его **средней линией**.

Свойство средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна основанию и равна его половине.

Обратная теорема. Прямая, параллельная стороне треугольника и проходящая через середину другой его стороны, проходит и через середину третьей стороны треугольника.

129. Точки М и N расположены на двух сторонах треугольника ABC. Отрезок MN параллелен третьей стороне треугольника и равен ее половине. Докажите, что он является средней линией треугольника.
130. Точка К расположена на прямой АВ. Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная стороне АВ, делит пополам отрезок СК.
131. Докажите, что расстояние от вершины треугольника до ортоцентра вдвое больше, чем расстояние от центра описанной окружности до стороны, противолежащей этой вершине.
Теорема Вариньона. Середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма.
Следствие. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, пересекаясь, делятся пополам.
132. Середины сторон четырехугольника являются вершинами а) ромба; б) прямоугольника. Каким свойством обладают диагонали исходного четырехугольника?
133. Восстановите: а) треугольник; б) пятиугольник по серединам всех его сторон. Подумайте, почему Вам не предлагают восстановить четырехугольник по серединам его сторон.
134. Точки К, L, M, N – середины сторон соответственно АВ, ВС, CD и DE пятиугольника ABCDE, а точки Р и Q – середины отрезков соответственно KM и LN. Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ = 1/4 AE$.

Домашнее задание

135. Докажите, что середины двух противоположных сторон любого четырехугольника без параллельных сторон и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма.
136. Докажите, что медиана и соответствующая средняя линия треугольника делят друг друга пополам.
137. Сторона треугольника равна a . Найдите отрезок, соединяющий середины медиан, проведенных к двум другим сторонам.
138. Расстояние между серединами двух взаимно перпендикулярных хорд некоторой окружности (ни одна из них не диаметр) равно 10. Найдите расстояние от центра окружности до точки пересечения хорд.
139. Дан треугольник ABC. На его сторонах построены внешним образом квадраты ABMK и BCXY. а) Докажите, что отрезки MC и AY равны и перпендикулярны.
б) Докажите, что середины отрезков AC и MY и центры построенных квадратов являются вершинами еще одного квадрата.