Теория-08. На подступах к задаче С4.

Формулы при решении геометрических задач.

Решение геометрической задачи — процесс творческий, но типовые задачи иногда решаются по формулам. Надо понимать, что формулы не панацея, но знать их надо, надо понимать, какой класс задач ими решается, и ощущать на себе их поддержку.

Во всех формулах использованы стандартные обозначения для треугольников и стандартные соглашения.

В **прямоугольном треугольнике** справедлива теорема Пифагора $a^2+b^2=c^2$, тригонометрические соотношения $a=c\sin\alpha$ и $b=c\cos\alpha$. Для прямоугольного треугольника (и только для него!)

$$m_c = R = \frac{c}{2} \qquad \text{и} \qquad r = \frac{a+b-c}{2}.$$

Для **произвольного треугольника** важны

теорема синусов: $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

и теорема косинусов: $$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma.$$

Это верно для любого угла, γ взят для примера. Это обобщение теоремы Пифагора.

Полезно помнить пять основных формул для площади треугольника:

$$S = \frac{h_a a}{2} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Они важны и сами по себе и для нахождения величин по принципу "посчитаем площадь двумя способами". Последняя формула носит имя Герона.

Медиана m_c треугольника вычисляется по формуле

$$4m_c^2 = 2a^2 + 2b^2 - c^2.$$

Биссектриса l_c — по формуле

$$l_c = \frac{2ab\cos\frac{\gamma}{2}}{a+b} \qquad \text{или} \qquad l_c^2 = ab - a_1 b_1,$$

где a_1 и b_1 — отрезки, на которые биссектриса делит сторону c (a_1 ближе к A, а b_1 к B). Надо также знать (теорема о биссектрисе), что $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a}{b}$.