

1. Точка находится внутри круга радиуса  $b$  и делит проходящую через нее хорду на отрезки длиной  $4$  и  $5$ . Найдите расстояние от этой точки до окружности.
2. Сторона  $AD$  квадрата  $ABCD$  равна  $1$  и является хордой некоторой окружности, причем остальные стороны квадрата лежат вне этой окружности. Касательная  $BK$ , проведенная из вершины  $B$  к этой же окружности, равна  $2$ . Найдите диаметр окружности.
3. Точка  $B$  расположена между точками  $A$  и  $C$ . На отрезках  $AB$  и  $AC$  как на диаметрах построены окружности. Прямая, перпендикулярная  $AC$  и проходящая через точку  $B$ , пересекает большую окружность в точке  $D$ . Прямая, проходящая через точку  $C$ , касается меньшей окружности в точке  $K$ . Докажите, что  $CD = CK$ .

#### Подобие в окружности и вписанные четырёхугольники (29.09)

1. На чевианах  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  построены окружности как на диаметрах. Докажите, что ортоцентр  $H$  треугольника  $ABC$  является радикальным центром построенных окружностей.
2. Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их радиусов, то они имеют четыре общие касательные. Докажите, что середины этих четырех отрезков лежат на одной прямой.
3. В окружность вписан прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AB$ . Пусть  $K$  – середина дуги  $BC$ , не содержащей точку  $A$ ,  $N$  – середина отрезка  $AC$ ,  $M$  – точка пересечения луча  $KN$  с окружностью. В точках  $A$  и  $C$  проведены касательные к окружности, которые пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что угол  $EMK$  – прямой.  
*Подсказка: Используя теорему о произведениях отрезков пересекающихся хорд и обратную ей теорему, докажите, что точки  $E$ ,  $M$ ,  $O$  (центр исходной окружности) и  $K$  лежат на одной окружности.*
4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Найдите угол  $BDE$ , если  $BC = 2BE$ .

#### Домашнее задание на 2.10

1. Окружность касается прямых  $AB$  и  $BC$  соответственно в точках  $D$  и  $E$ . Точка  $A$  лежит между точками  $B$  и  $D$ , а точка  $C$  – между точками  $B$  и  $E$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB = 13$ ,  $AC = 1$ , а точки  $A$ ,  $D$ ,  $E$  и  $C$  лежат на одной окружности.
2. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB = AC$ ) проведены биссектрисы  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$ . Найдите  $BC$ , если известно, что  $AC = 1$ , а вершина  $A$  лежит на окружности, проходящей через точки  $D$ ,  $E$  и  $F$ .
3. В угол вписаны две окружности; одна из них касается сторон угла в точках  $K$  и  $L$ , а другая – в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что прямая  $PL$  отсекает на этих двух окружностях равные хорды.
4. В прямоугольный треугольник вписана окружность и к ней перпендикулярно гипотенузе проведены касательные, пересекающие гипотенузу в точках  $D$  и  $E$ . Под каким углом виден отрезок  $DE$  из вершины прямого угла?

#### Программа зачета по геометрии 6.10

1. Теорема о вписанном угле и следствие. Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.
2. Свойства и признаки вписанных четырехугольников. Угол между касательной и хордой.
3. Точка Торричелли
4. Вершины чертежного угольника скользят по сторонам прямого угла. Найдите траекторию вершины прямого угла угольника.
5. Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд и обратная ей.
6. Теорема о произведении отрезков секущих и обратная ей.
7. Теорема о квадрате касательной и секущей и обратная ей.
8. Теорема Птолемея.
9. Теорема о бабочке.
10. Степень точки. Докажите, что степень точки, находящейся на расстоянии  $d$  от центра окружности радиуса  $R$ , равна  $d^2 - R^2$ .
11. Радикальная ось, радикальный центр (существование для всех случаев расположения окружностей, единственность, построение оси для пары непересекающихся окружностей.)