Геометрия, 9 "А", 5 октября, домашнее задание.

1) Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 5$ и $BC = 3$. Точка G лежит на BC, $CG = 1$, точка H лежит на AB, отрезки DH и AG пересекаются в точке K, причём $AK = KG$. Выразите $\overrightarrow{DK}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

2) Продолжение. Выразите $\overrightarrow{DH}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$. Найдите $HK : KD$ и $AH : HB$.

3) В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1, AM — медиана треугольника A_1AC. Применяя теорему Менелая, найдите, в каких отношениях отрезки AM и BB_1, пересекаясь, делят друг друга.

4) На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q соответственно. Известно, что $BP = k \cdot BA$ и $BQ = l \cdot BC$. Пусть $CP \cap AQ = T$. Применяя теорему Менелая, найдите $CT : TP$ и $AT : TQ$.

5) Пользуясь результатом предыдущей задачи, выразите вектор $\overrightarrow{BT}$ через $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{c}$. Теперь разложите по тому же базису векторы $\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{BM}$ и $\overrightarrow{BK}$ (точки M, N и K — середины отрезков AC, PQ и BT соответственно). Теперь ещё немного потрудитесь — выразите векторы $\overrightarrow{KN}$ и $\overrightarrow{KM}$. Если Вы нигде не ошибётесь, у Вас получится, что эти векторы пропорциональны, что означает, что точки M, N и K лежат на одной прямой. Вы доказали знаменитую теорему Гаусса :)