

Программа зачёта

Теоретическая программа зачёта поделена на 3 части: минимум, I дополнительная часть и II дополнительная часть. Освоение минимума является достаточным условием для получения оценки «удовлетворительно». Освоение I дополнительной части достаточно (при условии хорошей успеваемости в течение четверти) для оценки «хорошо». II дополнительная часть в основной зачёт не входит и её освоение требуется для желающих получить оценку «отлично» (и для тех, кто хочет глубже разобраться в пройденном материале ☺).

Минимум

- 1) Метод математической индукции: принцип наименьшего числа и его использование для доказательства утверждений с натуральным параметром.
- 2) Существование разложения целого положительного числа на простые множители.
- 3) Существование неполного частного и остатка при делении на ненулевое целое число.
- 4) Сумма целых чисел от 1 до n : индуктивное доказательство формулы.
- 5) Понятие последовательности. Явная и рекуррентная формы задания последовательности.
- 6) Задача про путешественника (принцип крайнего).
- 7) Определение отношения делимости и доказательство основных его свойств:
а) $a | a$; б) из $a | b$ и $b | c$ следует $a | c$; в) из $a | b$ следует $a | xb$; г) из $a | b$ и $a | c$ следует $a | (b + c)$.
- 8) Основная теорема арифметики: формулировка. Последовательность степеней простых множителей произведения ab равна сумме последовательностей степеней простых множителей a и b . НОД и НОК, их последовательности степеней простых множителей.
- 9) Умение решать задачи, подобные тем, что давались на проверочных работах.

I дополнительная часть

- 1) Метод математической индукции: аксиома индукции Пеано и метод индукции на её основе. База и шаг индукции.
- 2) Аксиома Ловера (о рекуррентном определении последовательности).
- 3) Сумма квадратов и кубов целых чисел от 1 до n .
- 4) Основная теорема арифметики: доказательство.
- 5) Задача про среднее арифметическое и бесконечное клетчатое поле (принцип крайнего).

II дополнительная часть

- 1) Рекуррентное определение сложения натуральных чисел. Доказательство сочетательного и переместительного законов сложения.
- 2) Некоторые сложные формы рекурсии (в соотношении используются несколько предыдущих членов, все предыдущие члены, номер члена). Их сведение к простой рекурсии.
- 3) Предпорядок на множестве целых чисел, порождённый отношением делимости: эквивалентность чисел, минимальные и максимальные числа, универсальные общие делители и кратные. Существование УОК и УОД для любой пары чисел. Лемма (Евклида) о том, что если $a | bc$, то если a и b взаимно просты, то $a | c$.

Что почитать?

- 1) Материалы уроков (sk1543.narod.ru).
- 2) Википедия: en.wikipedia.org. Статьи: Mathematical induction, Recursive definition, Natural number object, Fundamental theorem of arithmetic, Least common multiple.
- 3) Р. Курант, Г. Роббинс. Что такое математика?
- 4) Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика. Алгебра.
- 5) В.Г. Болтянский, А.П. Савин. Беседы о математике.
- 6) Библиотечка КВАНТ, выпуск 102. А.В. Спивак. Арифметика.
- 7) А. Шень. Математическая индукция.
- 8) А.В. Шаповалов. Принцип узких мест.

Книги с 3 по 8 можно либо скачать из интернета, либо купить в магазине «Математическая книга» в МЦНМО по адресу: Бол. Власьевский пер., 11. Интернет-ресурсы МЦНМО: <http://www.biblio.mccme.ru>, <http://www.mccme.ru>, <http://math.ru>.