Гимназия 1543, математический спецкурс, 8 В

Занятие 11: олимпиадные задачи, связанные с делимостью

1) Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2012.

2) Решите в натуральных числах уравнение

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25},$$

где $m > n$.

3) Решите в натуральных числах уравнение

$$n! + 5n + 13 = k^2.$$

4) Решите в целых числах уравнение

$$m^4 - 2n^2 = 1.$$

5) Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?

6) При каком наименьшем натуральном n число 2009! не делится на n^n?

7) У натурального числа n ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите n.

8) Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

9) Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m^3 + m$ делится на $m^2 + n^2$. Найдите m и n.

10)Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

Гимназия 1543, математический спецкурс, 8 В

Занятие 11: олимпиадные задачи, связанные с делимостью

1) Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2012.

2) Решите в натуральных числах уравнение

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25},$$

где $m > n$.

3) Решите в натуральных числах уравнение

$$n! + 5n + 13 = k^2.$$

4) Решите в целых числах уравнение

$$m^4 - 2n^2 = 1.$$

5) Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?

6) При каком наименьшем натуральном n число 2009! не делится на n^n?

7) У натурального числа n ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите n.

8) Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

9) Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m^3 + m$ делится на $m^2 + n^2$. Найдите m и n.

10)Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.