Комбинаторный разнобой

Задача 56 (Всероссийская 2004, Рег. этап). В языке жителей Банановой Республики количество слов превышает количество букв в их алфавите. Докажите, что найдется такое натуральное k, для которого можно выбрать k различных слов, в записи которых используется ровно k различных букв.

Задача 61. Назовем натуральное число n удобным, если n^2+1 делится на 1000001. Докажите, что среди чисел 1, 2, …, 1000000 четное число удобных.

Задача 62. На окружности даны несколько точек. Чебурашка посчитал количество способов провести три отрезка с концами в данных точках, не имеющих общих точек (в том числе и концов). Докажите, что это количество делится на 5.

Задача 63. Какое наибольшее число слонов можно расставить на доске 8×8 так чтобы они не били друг друга?

Задача 64. На шахматной доске изначально расставлено n ладей. Разрешается поставить на пустую клетку дополнительную ладью, если она угрожает не менее, чем а) двум; б) трём имеющимся на доске ладьям. При каком наименьшем n можно заполнить ладьями всю доску? (Ладья угрожает фигуре, если находится с ней на одной горизонтали или вертикали и между ними нет других фигур).

Задача 65 (Всероссийская 1994, Рег. этап). В городе Цветочном n площадей и m улиц ($n < m$). Каждая улица соединяет две площади и не проходит через другие площади. По существующей в городе традиции улица может называться либо синей, либо красной. Ежегодно в городе происходит переименование: выбирается площадь и переименовываются все выходящие из нее улицы. Докажите, что вначале можно назвать улицы так, что переименованиями нельзя добиться одинаковых названий у всех улиц города.