

Иррациональные неравенства

Метод замены множителя

Метод замены множителя основан на возрастании функции $y = \sqrt{x}$. Выражения $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ и $f(x) - g(x)$ имеют один и тот же знак при условиях $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$.

203. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x^2-1} - 2\sqrt{1-x}}{\sqrt{x+7}-1} \leq 0$ методом замены множителя, а затем обобщенным методом интервалов. Сравните логику решения (и ответы :)

204. Решите неравенство $\log_x \left(x + \frac{1}{3}\right) \leq \log_{\sqrt{2x+3}} \left(x + \frac{1}{3}\right)$

Мать учения

205. Решите неравенство:

а) $\sqrt{x^2-5} + 3 > |x-1|$; в) $(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$;
 б) $3-x > 3\sqrt{1-x^2}$; г) $\frac{\sqrt{x^2-2}}{4-2x} \geq -1$.

206. Решите неравенство:

а) $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x(x+7)} < 35 - 2x$; б) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} \geq 2$.

Только в самом крайнем случае!

207. Решите неравенство $|\sqrt{x+3}-2| + \sqrt{x+3} + |x+1| \leq x+3$.

208. Решите неравенство $\frac{1}{x}\sqrt{10x-8-2x^2} - \left(\sqrt{x^2-5x+4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \log_5 \frac{x}{16} \leq 1$.

209. При каких значениях y имеет решения уравнение

$$\frac{25}{\sqrt{x-1}} + \frac{4}{\sqrt{y-2}} = 14 - \sqrt{x-1} - \sqrt{y-2}?$$

210. Найдите наибольшее значение величины b , при котором неравенство

$$\sqrt{b^5}(8x - x^2 - 16) + \frac{\sqrt{b}}{(8x - x^2 - 16)} \geq -\frac{2}{3}b|\cos \pi x|$$

имеет хотя бы одно решение.

Домашнее задание

211. Решите неравенство:

а) $\frac{1}{\log_{\frac{1}{12}}(2x^2-1)} > \frac{1}{\log_{\frac{1}{4}}x} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}x}$; д) $\sqrt{x^2-x-2} \leq x-1$;
 б) $\sqrt{2-\sqrt{x+3}} < \sqrt{x+4}$; е) $\frac{\sqrt{x^2+x-6}+3x+13}{x+5} > 1$;
 в) $\sqrt{\frac{x-2}{1-2x}} > -1$; ж) $x\sqrt{4-3x-x^2} \geq \left(\frac{4}{x}-3\right)\sqrt{(4+x)(1-x)}$.
 г) $\sqrt{(x+5)(3x+4)} > 4(x-1)$;

А еще вспомнить тригонометрические формулы: приведения, двойного угла, понижения степени.