

## Теорема Фалеса

14.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = b$ ,  $BC = a$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$ , а на стороне  $BC$  точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BM$ , если известно, что  $BM = NC$ .
2. Треугольник  $ABC$  таков, что одна из его медиан относится к стороне, к которой проведена, как 3 : 4. Докажите, что в треугольнике, составленном из медиан треугольника  $ABC$ , одна из медиан равна стороне, к которой проведена.
3. В треугольнике  $ABC$   $CK$  и  $BM$  — медианы. Известно, что  $CK = 3$ ,  $BM = 6$  и  $AB = 8$ . Докажите, что в треугольнике  $ACK$  один угол вдвое больше другого.
4. Дан параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ . На продолжении стороны  $DC$  за точку  $C$  отмечена точка  $E$  так, что  $DE = 8$ . Прямые  $BC$  и  $AE$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $BF$ .
5. Найдите геометрическое место середин отрезков, которые исходят из одной точки, а другие концы которых находятся на данной прямой.
6. Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника, и т. д. Докажите, что: а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвертая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной; б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной.
7. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена такая точка  $K$ , что  $AK : KB = 2 : 5$ , а на продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  — такая точка  $M$ , что  $AM : MC = 4 : 3$ . Найдите, в каком отношении прямая  $MK$  делит сторону  $BC$ .
8. На стороне параллелограмма  $ABCD$  расположена точка  $K$ , на продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  — точка  $L$ . Прямые  $KD$  и  $BL$  пересекаются в точке  $N$ , а прямые  $LA$  и  $CK$  — в точке  $M$ . Докажите, что  $MN \parallel AD$ .

## Теорема Фалеса

14.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = b$ ,  $BC = a$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$ , а на стороне  $BC$  точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BM$ , если известно, что  $BM = NC$ .
2. Треугольник  $ABC$  таков, что одна из его медиан относится к стороне, к которой проведена, как 3 : 4. Докажите, что в треугольнике, составленном из медиан треугольника  $ABC$ , одна из медиан равна стороне, к которой проведена.
3. В треугольнике  $ABC$   $CK$  и  $BM$  — медианы. Известно, что  $CK = 3$ ,  $BM = 6$  и  $AB = 8$ . Докажите, что в треугольнике  $ACK$  один угол вдвое больше другого.
4. Дан параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ . На продолжении стороны  $DC$  за точку  $C$  отмечена точка  $E$  так, что  $DE = 8$ . Прямые  $BC$  и  $AE$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $BF$ .
5. Найдите геометрическое место середин отрезков, которые исходят из одной точки, а другие концы которых находятся на данной прямой.
6. Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника, и т. д. Докажите, что: а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвертая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной; б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной.
7. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена такая точка  $K$ , что  $AK : KB = 2 : 5$ , а на продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  — такая точка  $M$ , что  $AM : MC = 4 : 3$ . Найдите, в каком отношении прямая  $MK$  делит сторону  $BC$ .
8. На стороне параллелограмма  $ABCD$  расположена точка  $K$ , на продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  — точка  $L$ . Прямые  $KD$  и  $BL$  пересекаются в точке  $N$ , а прямые  $LA$  и  $CK$  — в точке  $M$ . Докажите, что  $MN \parallel AD$ .

## Теорема Фалеса

14.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = b$ ,  $BC = a$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$ , а на стороне  $BC$  точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BM$ , если известно, что  $BM = NC$ .
2. Треугольник  $ABC$  таков, что одна из его медиан относится к стороне, к которой проведена, как 3 : 4. Докажите, что в треугольнике, составленном из медиан треугольника  $ABC$ , одна из медиан равна стороне, к которой проведена.
3. В треугольнике  $ABC$   $CK$  и  $BM$  — медианы. Известно, что  $CK = 3$ ,  $BM = 6$  и  $AB = 8$ . Докажите, что в треугольнике  $ACK$  один угол вдвое больше другого.
4. Дан параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ . На продолжении стороны  $DC$  за точку  $C$  отмечена точка  $E$  так, что  $DE = 8$ . Прямые  $BC$  и  $AE$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $BF$ .
5. Найдите геометрическое место середин отрезков, которые исходят из одной точки, а другие концы которых находятся на данной прямой.
6. Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника, и т. д. Докажите, что: а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвертая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной; б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадает с исходной.
7. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена такая точка  $K$ , что  $AK : KB = 2 : 5$ , а на продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  — такая точка  $M$ , что  $AM : MC = 4 : 3$ . Найдите, в каком отношении прямая  $MK$  делит сторону  $BC$ .
8. На стороне параллелограмма  $ABCD$  расположена точка  $K$ , на продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  — точка  $L$ . Прямые  $KD$  и  $BL$  пересекаются в точке  $N$ , а прямые  $LA$  и  $CK$  — в точке  $M$ . Докажите, что  $MN \parallel AD$ .

## Домашнее задание

на 19.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = 15$ ,  $BC = 43$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM = 9$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BN$ .
2. На одной прямой расположены последовательно точки  $A_1, A_2, A_3$ , на другой —  $B_1, B_2, B_3$ , причём  $A_1A_2 = A_2A_3$  и  $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$ . Докажите, что  $A_2B_2$  — полусумма  $A_1B_1$  и  $A_3B_3$ .
3. а) Боковая сторона трапеции разделена на 5 равных частей, и через третью точку деления, считая от вершины меньшего основания, проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. Найдите отрезок прямой, заключенный между сторонами трапеции, если основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). б) 7. Пусть  $M$  и  $N$  — вторые точки деления на боковых сторонах, считая от вершин меньшего основания. Найдите  $N$ .
4. Докажите свойство внешней биссектрисы и обратную теорему: На продолжении стороны  $AC$  неравнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Луч  $BK$  является биссектрисой внешнего угла треугольника  $ABC$  тогда и только тогда, когда  $AK : KC = AB : BC$ .

## Домашнее задание

на 19.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = 15$ ,  $BC = 43$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM = 9$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BN$ .
2. На одной прямой расположены последовательно точки  $A_1, A_2, A_3$ , на другой —  $B_1, B_2, B_3$ , причём  $A_1A_2 = A_2A_3$  и  $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$ . Докажите, что  $A_2B_2$  — полусумма  $A_1B_1$  и  $A_3B_3$ .
3. а) Боковая сторона трапеции разделена на 5 равных частей, и через третью точку деления, считая от вершины меньшего основания, проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. Найдите отрезок прямой, заключенный между сторонами трапеции, если основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). б) 7. Пусть  $M$  и  $N$  — вторые точки деления на боковых сторонах, считая от вершин меньшего основания. Найдите  $N$ .
4. Докажите свойство внешней биссектрисы и обратную теорему: На продолжении стороны  $AC$  неравнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Луч  $BK$  является биссектрисой внешнего угла треугольника  $ABC$  тогда и только тогда, когда  $AK : KC = AB : BC$ .

## Домашнее задание

на 19.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = 15$ ,  $BC = 43$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM = 9$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BN$ .
2. На одной прямой расположены последовательно точки  $A_1, A_2, A_3$ , на другой —  $B_1, B_2, B_3$ , причём  $A_1A_2 = A_2A_3$  и  $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$ . Докажите, что  $A_2B_2$  — полусумма  $A_1B_1$  и  $A_3B_3$ .
3. а) Боковая сторона трапеции разделена на 5 равных частей, и через третью точку деления, считая от вершины меньшего основания, проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. Найдите отрезок прямой, заключенный между сторонами трапеции, если основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). б) 7. Пусть  $M$  и  $N$  — вторые точки деления на боковых сторонах, считая от вершин меньшего основания. Найдите  $N$ .
4. Докажите свойство внешней биссектрисы и обратную теорему: На продолжении стороны  $AC$  неравнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Луч  $BK$  является биссектрисой внешнего угла треугольника  $ABC$  тогда и только тогда, когда  $AK : KC = AB : BC$ .

## Домашнее задание

на 19.11.11

1. В треугольнике  $ABC$   $AB = 15$ ,  $BC = 43$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM = 9$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что  $MN \parallel AC$ . Найдите  $BN$ .
2. На одной прямой расположены последовательно точки  $A_1, A_2, A_3$ , на другой —  $B_1, B_2, B_3$ , причём  $A_1A_2 = A_2A_3$  и  $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$ . Докажите, что  $A_2B_2$  — полусумма  $A_1B_1$  и  $A_3B_3$ .
3. а) Боковая сторона трапеции разделена на 5 равных частей, и через третью точку деления, считая от вершины меньшего основания, проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. Найдите отрезок прямой, заключенный между сторонами трапеции, если основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). б) 7. Пусть  $M$  и  $N$  — вторые точки деления на боковых сторонах, считая от вершин меньшего основания. Найдите  $N$ .
4. Докажите свойство внешней биссектрисы и обратную теорему: На продолжении стороны  $AC$  неравнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Луч  $BK$  является биссектрисой внешнего угла треугольника  $ABC$  тогда и только тогда, когда  $AK : KC = AB : BC$ .