

Многогранники и шары-1**Описанный шар**

138. Найдите геометрическое место центров сфер, содержащих вершины данного а) треугольника; б) многоугольника; в) тетраэдра.
139. Докажите, что если около многогранника можно описать шар, то этот шар единственный.
140. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования описанного шара у пирамиды.
141. Может ли центр описанного шара находиться вне пирамиды?
142. Основание пирамиды – квадрат со стороной a . Высота пирамиды проходит через середину одной из сторон основания и равна $a\sqrt{3}/2$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды.
143. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром a . Точка E_1 – середина ребра $B_1 C_1$. Найдите радиус сферы, проходящей через точки E_1 , C , A_1 и C_1 .
144. Найдите радиус шара, описанного около правильной треугольной пирамиды, если известна длина стороны основания a и:
- угол α наклона бокового ребра к основанию;
 - двугранный угол β при основании;
 - плоский угол γ при вершине;
 - двугранный угол δ при боковом ребре.
145. Докажите, что около призмы можно описать шар тогда и только тогда, когда призма прямая, а в ее основании лежит вписанный многоугольник. Центром описанного шара является середина отрезка, соединяющего центры кругов, описанных около оснований.
146. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условие существования шара, описанного около усеченной пирамиды.
147. Стороны оснований правильной n -угольной усеченной пирамиды равны a и b . Угол наклона бокового ребра к плоскости оснований равен α . Найдите радиус описанного шара.

Домашнее задание

148. В сферу радиуса R вписана правильная треугольная призма со стороной основания a . Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через центр сферы и сторону основания призмы.
149. Основание пирамиды – правильный треугольник со стороной a . Высота пирамиды проходит через середину одной из сторон основания и равна $3a/2$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды.
150. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром a . Точки M и K – середины ребер AB и CD соответственно. Найдите радиус сферы, проходящей через точки M , K , A_1 и C_1 .
151. Дан правильный тетраэдр $PABC$ с ребром a . Через точки S , E , M , P , где E – середина AB , а M – середина AC , проведена сфера. Найдите ее радиус.

Многогранники и шары-2**Вписанный шар**

138. Найдите геометрическое место точек, равноудаленных от граней данного а) двугранного; б) трехгранного; в) многогранного угла; г) от двух пересекающихся плоскостей.
139. Во всякую ли пирамиду можно вписать шар: А в призму?
140. Докажите, что во всякий тетраэдр можно вписать шар, и притом единственный.
141. Докажите, что в правильную пирамиду можно вписать шар, и притом единственный.
142. Пусть V – объем, а S – площадь полной поверхности многогранника, описанного около шара радиуса r . Докажите, что $r = 3V/S$.
143. Две грани треугольной пирамиды – равносторонние треугольники со стороной a . Две другие грани – равнобедренные прямоугольные треугольники. Найдите радиус вписанного в пирамиду шара.
144. Найдите радиус шара, вписанного в правильную четырехугольную пирамиду, если известна длина стороны основания a и:
а) угол α наклона бокового ребра к основанию;
б) двугранный угол β при основании;
в) плоский угол γ при вершине;
г) двугранный угол δ при боковом ребре.
145. Докажите, что в правильную усеченную пирамиду можно вписать шар тогда и только тогда, когда ее апофема равна сумме радиусов кругов, вписанных в основания.

Вневписанный шар

146. Докажите, что радиус шара, вневписанного в многогранник и касающегося грани площади S_0 , равен $r_0 = \frac{3V}{S - 2S_0}$.
147. Докажите, что существует 5, 6, 7, или 8 шаров, касающихся всех плоскостей граней данного тетраэдра.

Домашнее задание

148. Высота PO правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна 4, а сторона основания $ABCD$ равна 6. Точки M и K – середины отрезков AB и CD . Найдите радиус шара, вписанного в пирамиду $PMKC$.
149. Вычислите радиус шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду со стороной основания a и боковым ребром b .
150. Через вершину нижнего основания единичного куба проведена плоскость, касающаяся вписанного в куб шара. Эта плоскость отсекает от верхнего основания треугольник площади S . Найдите площадь сечения куба этой плоскостью. *Указание.* Отметьте на этом кубе как можно больше равных отрезков касательных к шару.