

Логарифмические неравенства

Логарифмические неравенства с постоянным основанием

148. Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{3}} 2 \cos x < -\frac{1}{2}$; б) $x^{2-\log_2^2 x - \log_2 x^2} > \frac{1}{x}$.
149. Решите неравенство: а) $\log_5(3x - 2) \geq \log_5(6 - 5x)$;
 б) $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) + \log_{\sqrt{3}}(5 - x) < 1$; в) $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_3 x > 1$.
150. Решите неравенство:
 а) $0, 2^{\frac{6 \log_4 x - 3}{\log_4 x}} > \sqrt[3]{0, 0082 \log_4 x - 1}$; б) $5^{2 \log_5^2 x} - 4x^{\log_5 x} \leq 5$.

Логарифмические неравенства с переменной в основании

151. Решите неравенство $\log_{2x-3} x > 1$.
152. Решите неравенство:
 а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 \log_{x-1} 9 > 0$; в) $\log_x \frac{3}{2} < \log_x \frac{2}{3}$;
 б) $\log_{|x-1|} 0, 5 > 0, 5$; г) $\log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - \frac{5}{2}$.

Домашнее задание

153. Решите неравенство:
 а) $5^{\log_3(\frac{x-2}{x})} < 1$; д) $\log_5(x - 3) + \frac{1}{2} \log_5 3 < \frac{1}{2} \log_5(2x^2 - 6x + 7)$;
 б) $\frac{4 \log_{0,3} x + 1}{\log_{0,3} x + 1} \leq \log_{0,3} x + 1$; е) $4 \log_2 x + \log_2 \frac{x^2}{8(x-1)} \leq 4 - \log_2(x - 1) - \log_2^2 x$.
 в) $\log_3(2 \sin x) \leq \frac{1}{2}$; ж) $\log_{x^2-1}(3x - 1) < \log_{x^2-1} x^2$;
 г) $\log_{x-1}(x + 2) \leq 0$; з) $x^{\log_{0,5} x + 4} < 0, 5^4 x$.

154. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x+1}{x-1}}$.

Переход от логарифмических неравенств к рациональным

155. Решите неравенство $\log_{2x-1} 3 > \log_x 9$ двумя способами: а) методом интервалов;
 б) пользуясь тем, что $\log_a b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$.
 Вообще, $\log_a b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$ при $a > 1$ и противоположный при $0 < a < 1$ (если он вообще существует :)

156. Решите неравенство:
 а) $\log_x \left(\frac{3}{8 - 2x} \right) \geq -2$; б) $\log_x(x^3 + 1) \cdot \log_{x+1} x < 2$; в) $\frac{\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 4x + 5)}{x^3 - 5x^2 + 4x} \leq 0$.

Разное

157. Решите неравенство:
 а) $\log_{\sin^2 x} 10 > \log_{\cos^2 x} 10$; в) $\log_5 x + \log_x \left(\frac{x}{3} \right) < \frac{(2 - \log_3 x) \log_5 x}{\log_3 x}$;
 б) $\frac{\log_2(\sqrt{4x+5} - 1)}{\log_2(\sqrt{4x+5} + 11)} > \frac{1}{2}$; г) $\log_{0,5}(x - 3) - \log_{0,5}(x + 3) - \log_{\frac{x+3}{x-3}} 2 > 0$;
158. Решите неравенство: а) $\log_3 \left(\left(\sqrt{7 + \sqrt{48}} \right)^x + \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} \right)^x \right) \geq \log_3 \left(\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^x + 1 \right) + 1$;
 б) $\frac{\log_5(x^2 - 4x + 11)^2 - \log_{11}(x^2 - 4x - 11)^3}{\sqrt{2 - 5x - 3x^2}} \geq 0$.

159. Найдите произведение корней уравнения $2^{|\log_2 x|} = 3$.
160. Решите уравнение: а) $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$; б) $\log_2 x \cdot \log_2(x - 3) + 1 = \log_2(x^2 - 3x)$.

Домашнее задание

161. Решите неравенство:
 а) $\log_{x+2} 4 > \log_x 2$; в) $\log_x(x + 1) < \log_{\frac{1}{x}}(2 - x)$;
 б) $\frac{\log_{0,3} |x - 2|}{x^2 - 4x} < 0$; г) $\frac{1}{\log_2(x - 1)} < \frac{1}{\log_2 \sqrt{x + 1}}$.