

Формулы двойного угла и понижения степени в тригонометрических уравнениях

1. Сведение уравнения к квадратному

а) $5 \sin^2 x + 4 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = 4$; г) $\cos 4x = 6 \cos^2 x - 5$;
 б) $\cos 2x = 11 \sin x - 5$; д) $4 \sin^2 2x + 3 = 4 \cos^2 x$;
 в) $4 \cos^4 3x + 8 = 11 \sin^2 3x$; е) $6 \sin x - \sin x \cos x = 6(1 + \cos x)$.

2. Однородные уравнения

а) $1 + 7 \cos^2 x = 3 \sin 2x$; б) $2 \sin^2 2x + 3 \cos 4x - 4 = 5 \sin 4x$.

3. Разложение на множители

а) $\sin^2 x + \sin 2x = 1$; в) $\cos \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{x}{4} \right) = 5 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$;
 б) $\cos 3x = 1 + \cos 6x$; г) $2 \cos x + \cos 2x + 1 = 2 \left(\cos^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{3x}{2} \right)$.

4. Выражения $\cos 2x$, $\sin^2 x$, $\cos^2 x$, $1 \pm \sin 2x$ как произведения

а) $\cos x - \sin x = 1 - \sin 2x$; б) $\frac{\sin^3 \left(\frac{x}{2} \right) - \cos^3 \left(\frac{x}{2} \right)}{2 + \sin x} = \frac{1}{3} \cos x$;
 в) $4 \sin^2 x \cos x - 1 = \cos x$.

5. Сумма (разность) четных степеней

а) $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$; в) $\cos^6 x - \sin^6 x = 2 \cos^2 2x$;
 б) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin x \cos x$; г) $\sin^8 x - \cos^8 x = \frac{1}{2} \cos^2 2x - \frac{1}{2} \cos 2x$.

6. Сумма (разность) тангенсов (котангенсов)

а) $\frac{\sqrt{3}}{3} + 2 \sin 2x = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$; в) $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 4 = 3 \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^2 x$;
 б) $\operatorname{tg} \left(\frac{2\pi}{3} - x \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = 2 \sin 2x$; г) $\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x = \frac{\cos x - \sin x}{0,5 \sin 2x}$.

Домашнее задание

7. Решите уравнения:

а) $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x + 2$; д) $7 + \sin 2x = 7 \sin x + 7 \cos x$;
 б) $\cos 2x + 20 \cos^2 \frac{x}{2} + 3 \sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) = 3$; е) $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$;
 в) $0,5 \cos 4x = \sin x \cos x$; ж) $(1 - \cos 6x) \cos 2x = \sin^2 3x$;
 г) $\sin^4 \frac{x}{2} + 5 \cos x + 4 = 0$; з) $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \sqrt{5} \cos x$.

8. Решите уравнения:

а) $\sin 2x \sin x - 0,5 \sin x - \sin 2x = -\frac{1}{2}$; б) $2 \sin^5 x - \sin^3 x + 3 \cos 2x = 0$.

9. Решите уравнения:

а) $\cos 2x = \sin^3 x + \cos^3 x$; г) $1 + \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = \cos^4 x - \sin^4 x$;
 б) $\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$; д) $\sin^6 x - \cos^6 x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - 1$;
 в) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + 0,25$; е) $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{15}{8} \cos 2x - \frac{1}{2}$.

10. Решите уравнения:

а) $2 \sin 4x - 3 \sin^2 2x = 1$; г) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \frac{4}{\sqrt{3}}$;
 б) $6 \sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) + 0,5 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 2 + \cos^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2} \right)$; д) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2 \cos^{-1} 4x$;
 в) $2 \sin^4 2x - 3 + 5 \sin 4x = 2 \cos^4 2x$; е) $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{1}{8} \left(1 - \frac{2 \operatorname{ctg} x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} \right)$.