

11в класс, 13 января 2011

- 2) Найдите наименьшее натуральное n , для которого число n^n не является делителем числа $2008! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2008$.
- 3) На едином экзамене 333 ученика допустили в общей сложности 1000 ошибок. Возможно ли при этом, что учеников, сделавших более чем по 5 ошибок, оказалось больше, чем учеников, сделавших менее чем по 4 ошибки?
- 4) Через центр O вписанной в треугольник ABC окружности проведена прямая, перпендикулярная прямой AO и пересекающая прямую BC в точке M . Из точки O на прямую AM опущен перпендикуляр OD . Докажите, что точки A, B, C и D лежат на одной окружности.
- 6) Игрок на компьютере управляет лисой, охотящейся за двумя зайцами. В вершине A квадрата $ABCD$ находится нора: если в нее, в отсутствие лисы, попадает хотя бы один заяц, то игра проиграна. Лиса ловит зайца, как только оказывается с ним в одной точке (возможно, в точке A). Вначале лиса сидит в точке C , а зайцы — в точках B и D . Лиса бежит повсюду со скоростью не больше v , а зайцы — по лучам AB и AD со скоростью не больше 1. При каких значениях v лиса сможет поймать обоих зайцев?

Московская математическая олимпиада 2008

11в класс, 13 января 2011

- 1) Числа p и q таковы, что параболы $y = -2x^2$ и $y = x^2 + px + q$ пересекаются в двух точках, ограничивая некоторую фигуру. Найдите уравнение вертикальной прямой, делящей площадь этой фигуры пополам.
- 5) Станок выпускает детали двух типов. На ленте его конвейера выложены в одну линию 75 деталей. Пока конвейер движется, на станке готовится деталь того типа, которого на ленте меньше. Каждую минуту очередная деталь падает с ленты, а подготовленная кладется в ее конец. Через некоторое число минут после включения конвейера может случиться так, что расположение деталей на ленте впервые повторит начальное. Найдите: а) наименьшее такое число, б) все такие числа.
- 7). Среди вершин любого ли многогранника можно выбрать четыре вершины тетраэдра, площадь проекции которого на любую плоскость составляет от площади проекции (на ту же плоскость) исходного многогранника а) больше, чем $\frac{1}{4}$; б) не меньше, чем $\frac{1}{9}$, в) не меньше, чем $\frac{1}{7}$?