

Системы уравнений.

Диагностическая работа С1 по системам. Самостоятельное решение задач. Те, кто получил зачет — решают задачи по карточкам.

Олимпиадные задачи. Уравнения и неравенства.

Решение задач по группам: одна группа решает олимпиаду, другая — все остальное.

1. Олимпиада «Ломоносов-2005».

1) Вычислите

$$\frac{(x-y)(x^4-y^4)}{x^2-y^2} - \frac{2xy(x^3-y^3)}{x^2+xy+y^2},$$

если $x = 1, \underbrace{2 \dots 22}_{46}$ и $y = -2, \underbrace{7 \dots 778}_{45}$.

2) Решите неравенство

$$\frac{3 \cdot 2^{1-x} + 1}{2^x - 1} \geq \frac{1}{1 - 2^{-x}}.$$

3) Найдите площадь трапеции $ABCD$ с боковой стороной $BC = 5$, если расстояния от вершин A и D до прямой BC равны 3 и 7 соответственно.

4) Решите уравнение $\log_4(4 \sin^2 2x) = 2 - \log_2(-2 \operatorname{tg} x)$.

5) На окружности взята точка A , на ее диаметре BC — точки D и E , а на его продолжении за точку B — точка F . Найдите BC , если $\angle BAD = \angle ACD$, $\angle BAF = \angle CAE$, $BD = 2$, $BE = 5$ и $BF = 4$.

6) Решите неравенство $5|x| \leq x(3x + 2 - 2\sqrt{8 - 2x - x^2})$.

7) Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 5, 12 и 13, а ее высота образует с высотами боковых граней, опущенными из той же вершины, одинаковые углы, не меньшие 30° . Какой наибольший объем может иметь такая пирамида?

8) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4x - \left| 3x - |x + a| \right| = 9|x - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

9) Группа отдыхающих в течение 2 ч 40 мин каталась на моторной лодке по реке с постоянной скоростью относительно воды попеременно то по течению, то против: в каждую сторону — в общей сложности не менее чем по одному часу. В итоге лодка прошла путь в 40 км относительно берега и, отчалив от пристани A , причалила к

пристани B в 10 км от A . В какую сторону текла река? Какова при этих условиях максимальная скорость её течения?

10) При каждом натуральном n тело Φ_n в координатном пространстве задано неравенством $3|x|^n + 8|y|^n + |z|^n < 1$, а тело Φ — объединение всех тел Φ_n . Найдите объем тела Φ .

2. Тригонометрические уравнения и уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.

Из С1: стр. 85 №№ 9, 11, 12.

Карточки К2, К3, К1, К4, К5.

3. Решение систем уравнений. (Только для тех, кто не получил зачет)

Из С1: стр. 148 №9, стр. 149 №№ 11, 12.

4. Домашнее задание.

Всем:

Часть II книжечки С1: прочитать, разобрать все примеры! Прочитать §§ 4, 5 и 6, если не прочитано ранее, особенно обратные тригонометрические функции. Решить стр. 85 №8.

Тем, кто работал по карточкам:

Дорешать задачи последней карточки.

Тем, кто писал олимпиаду или отсутствовал на уроке:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{\sin x(2 \sin x + 1)(\sqrt{2} \sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0; \\ 2) \quad & \frac{3 \operatorname{ctg}^2 x + 4 \operatorname{ctg} x}{5 \cos^2 x - 4 \cos x} = 0. \end{aligned}$$

Очень постарайтесь, чтобы решения были верными, аккуратно записанными, а ответы — правильными.

Если не получен зачет по системам (Маша, Руслан, Кирилл), то дополнительно к этому решить задачи из С1: стр. 148 №9, стр. 149 №№ 11, 12.