

Программа по геометрии в 9 «В» 2010

1. Аксиомы откладывания отрезка и угла. Признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник. Признаки и свойства.
2. Против большей стороны треугольника лежит больший угол, против большего угла лежит большая сторона. Следствие (если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого, а третьи стороны не равны, то против большей стороны лежит и больший угол. Обратно, если не равны углы между равными сторонами, то против большего угла лежит и большая сторона). Неравенство треугольника.
3. Параллельные прямые. Признаки и свойства параллельных прямых. Теоремы о внешнем угле треугольника, сумме углов треугольника, выпуклого многоугольника, сумме внешних углов выпуклого многоугольника.
4. Окружность. Диаметр перпендикулярный хорде. Хорды, равноудаленные от центра окружности. Теорема о взаимном расположении прямой и окружности, двух окружностей.
5. Касательная к окружности. Два определения, их эквивалентность. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Описанный четырехугольник. Необходимое и достаточное условие описанности.
6. Центральный угол. Вписанный угол. Угол между касательной и хордой. Угол между хордами. Угол между секущими. Дуги окружности, заключенные между параллельными хордами.
7. Параллелограмм. Признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат.
8. Геометрические места точек (окружность, серединный перпендикуляр, биссектриса угла, ГМТ, из которых данный отрезок виден под данным углом).
9. Средняя линия треугольника. Четырехугольник, вершинами которого служат середины сторон данного выпуклого четырехугольника. Его площадь. Средняя линия трапеции.
10. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках (обобщенная теорема Фалеса).
11. Замечательное свойство трапеции (середины оснований, точка пересечения продолжений боковых сторон и точка пересечения диагоналей трапеции лежат на одной прямой).
12. Теоремы о пересечении в треугольнике биссектрис, серединных перпендикуляров, высот и медиан.
13. Вписанная, описанная и невписанные окружности треугольника. Отрезок, соединяющий центры вписанной и невписанной окружностей, делится описанной окружностью пополам.
14. Формулы Эйлера: $OI^2 = R^2 - 2Rr$; $OQ^2 = R^2 + 2Rr$, где I , O , Q - центры вписанной, описанной и невписанной окружностей соответственно, а r , R , p - их радиусы.
15. Вписанный четырехугольник. Необходимое и достаточное условие вписанности. Прямая Симсона. Теорема Птолемея.
16. Основные геометрические построения с помощью циркуля и линейки (Деление отрезка пополам, деление угла пополам, проведение через данную точку перпендикуляра к прямой, проведение через данную точку прямой, параллельной данной, деление отрезка на n равных частей, построение угла, равного данному, построение среднего пропорционального двух отрезков, построение четвертого пропорционального трех отрезков, проведение через данную точку касательной к данной окружности, построение общей касательной к двум данным окружностям, построение ГМТ, из которых данный отрезок виден под данным углом).
17. Теорема Пифагора, различные доказательства (например, тригонометрическое и через площадь). Средние пропорциональные в прямоугольном треугольнике.
18. Синус, косинус и тангенс угла. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

19. Соотношения между стороной правильного многоугольника и радиусами вписанной и описанной окружностей. Площадь описанного многоугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности.
20. Теорема косинусов. Теорема о сумме квадратов диагоналей параллелограмма. Формула длины медианы через длины сторон.
21. Декартовы координаты на плоскости. Координаты середины отрезка. Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении. Формула расстояния между двумя точками.
22. Декартовы координаты на плоскости. Уравнение прямой. Формула расстояния от точки с координатами $(x_0; y_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$. Уравнение окружности.
23. Направленные отрезки. Векторы. Координаты вектора. Сумма векторов. Произведение вектора на число. Разложение вектора в линейную комбинацию двух неколлинеарных векторов.
24. Длина вектора. Скалярное произведение векторов.
25. Признаки подобия треугольников.
26. Теоремы Менелая и Чебы и обратные к ним.
27. Свойство биссектрисы треугольника (биссектриса делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам). Формула для вычисления биссектрисы треугольника: $l_c^2 = ab - c_a c_b$, где l_c - биссектриса к стороне c , c_a и c_b - отрезки, на которые она делит основание. Формула длины биссектрисы через длины сторон. Формула $l = (2ab \cos \alpha) / (a + b)$, где α - половина угла при вершине, из которой проведена биссектриса, a и b - обхватывающие ее стороны.
28. Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд. Теорема о произведении отрезков секущих (в частности, о касательной и секущей). Построение циркулем и линейкой окружности, проходящей через две данные точки и касающейся данной прямой.
29. Геометрическое место точек, разность квадратов расстояний от которых до концов данного отрезка постоянна (принцип Карно). Степень точки относительно окружности. Радикальная ось двух окружностей. Радикальный центр трех окружностей.
30. Аксиоматическое определение площади многоугольных фигур. Формула площади прямоугольника.
31. Теорема синусов. Шесть формул площади треугольника. Площадь параллелограмма (2 формулы) и трапеции. Формула для длины высоты треугольника через длины сторон. Формула площади выпуклого четырехугольника.
32. Движения. Свойства движений. Инъективность и сюръективность движения. Группа движений. Теорема о трех неподвижных точках ("трех гвоздях").
33. Осевая симметрия (отражение), центральная симметрия, параллельный перенос, поворот.
34. Композиция движений: композиция осевых симметрий, любое движение есть композиция не более чем трех осевых симметрий, композиция поворотов с разными центрами, композиция поворота и параллельного переноса.
35. Теорема Шаля (классификация движений плоскости).
36. Свойства ортоцентра треугольника (образ ортоцентра при симметрии относительно стороны треугольника. Ортотреугольник, высоты треугольника делят углы ортотреугольника пополам. Векторное равенство $\overline{OH} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}$).
37. Прямая Эйлера.
38. Окружность девяти точек.
39. Точка Торичелли и ее свойства: сумма расстояний от неё до вершин треугольника. Местоположение узелка из трёх верёвочек, пропущенных через вершины треугольника, если к верёвочкам привязаны одинаковые грузики. Где будет точка, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна в очень тупоугольном треугольнике?
40. Окружность Аполлония.