

Целые выражения

Алгебраические выражения, составленные с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля, называют **целыми выражениями**.

Всякое ли целое выражение есть многочлен? Всякий ли многочлен есть целое выражение? Всякое ли целое выражение равно некоторому многочлену?

Формулы сокращенного умножения и раскрытие скобок

- Представьте в виде многочлена. Подсчитывая по очереди его коэффициенты в уме, пишите сразу ответ.
 - $(x+1)(x+2)$; в) $(x^3+2x^2+2x-1)(x^2+x-2)$;
 - $(x^2+x-1)(x^2-3)$; г) $(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)$.
- Вспомните формулы сокращенного умножения. Если какую-то из пункта б) не знаете или забыли, умножайте в уме аналогично предыдущему заданию.
 - $a^2-b^2=$, $a^3-b^3=$, $a^3+b^3=$;
 - $(a+b)^2=$, $(a-b)^2=$, $(a+b+c)^2=$, $(a+b)^3=$, $(a-b)^3=$.
- Как изменится формула $(a+b+c)^2$, если увеличивать число слагаемых? Как правильно расставить знаки в получившемся многочлене, если перед некоторыми слагаемыми будет знак "–"? Проиллюстрируйте формулу геометрически, с помощью площади.
- * Выведите формулы $(a+b)^4=$, $(a-b)^4=$. Скобки раскрывать можно только в уме!
- Представьте в виде многочлена:
 - $(x-3y)^2+(x+3y)^2$; г) $(a+4b)(7a+b+6)-(7a+b)(a+4b+6)$;
 - $(2a-1)^3$; д) $(a+2)^3-3(a+2)^2+3(a+2)-1$.
 - $(5x+2y)(25x^2-10xy+4y^2)$;
- Докажите, что при всех значениях x выражение $4(8x-5)^2-4(8x-5)+2$ принимает положительные значения.
- Упростите выражение $(a+b+c)^2+(a+b-c)^2+(a-b+c)^2+(b+c-a)^2$. Постарайтесь сделать это устно, запишите только ответ!
- * Найдите значение выражения $x^6+3x^2y^2+y^6$, если $x^2+y^2=1$.
- * Докажите тождество $(x^2-1+x)(x^2-1+3x)+x^2=(x^2+2x-1)^2$.
- * Докажите, что сумма произведения четырех последовательных натуральных чисел и единицы есть полный квадрат.
- * Найдите значение произведения: $101 \cdot 10001 \cdot 100000001 \cdot \dots \cdot \underbrace{100 \dots 001}_{2^n - 1 \text{ нуль}}$.
- * Делится ли число $1^3+2^3+3^3+\dots+1543^3$ на 1544?

Разложение на множители и решение уравнений

- Разложите многочлен на множители:
 - $(a+b)(a-b)^3-(a-b)(a+b)^3$; в) b^4-b^2-2b-1 ; д)* $b^2+ab-2a^2-b+a$.
 - x^4-x^3-x-1 ; г) $a(a+2)+b(b+2)-2(a+1)(b+1)+1$;
- Разложите многочлен на множители:
 - x^2-5x+6 ; в) x^4-3x^2+1 ; д) * x^4+4 ;
 - x^3-7x-6 ; г) x^8+x^4+1 ; е)* x^5+x^4+1 .
- Решите уравнение: а) $x^2-x-12=0$; б) $x^3-2x^2-x+2=0$
- Составьте уравнения указанной степени, имеющее следующие корни:
 - квадратное с корнями 5 и 2; г) кубическое с корнями 1, -2 и 3;
 - квадратное с корнями -1 и 3; д) кубическое с корнями -1, 0 и 1;
 - квадратное с корнями 0 и 1; е) пятой степени с корнями -1, 0 и 1.

Задачи для домашних заданий

- Найдите значение выражения $x^4+x^2y^2+y^4$, если $x^2+y^2=a$, $xy=b$.
- Разложите на множители: а) $(x^2+4x+8)^2-3x(x^2+4x+8)+2x^2$; б) $(a+1)^4+(a+1)^3+a(a+2)$.
- Разложите на множители:
 - $a^4-2a^3+a^2-1$; в) $y^8-y^6-4y^2-16$; д) $x^2-xy-2y^2$; ж) $64x^4+1$.
 - $(a+b-2)(a+b)-(a-b)^2+1$; г) $x^3-y^3+3y^2-3y+1$; е) n^4-12n^2+16 ;
- Решите уравнение $x^2-3x=10$.
- Докажите, что число $a-b$ при любых значениях a и b является корнем уравнения $x^3+3abx+b^3-a^3=0$.
- При каких значениях a число $a-1$ является корнем уравнения $x^3-ax^2+1=0$?
- Известно, что $a=b+c+d+1$ и $a^2+b^2+c^2+d^2=9$. Найдите $bc+bd+cd-ab-ac-ad$.