

Геометрия Галилея – 2. Циклы (15/09/09)

11. Докажите, что существует единственное движение плоскости Галилея, переводящее

а) прямую l_1 в не параллельную ей прямую l_2 , а данную точку T_1 в данную точку T_2 такую, что $d(T_2, l_2) = d(T_1, l_1)$;

б) данный треугольник в данный равный ему треугольник.

12. Найдите геометрическое место точек,

а) равноудалённых от двух данных прямых;

б) из которых данный отрезок виден под данным углом (это ГМТ мы будем называть *циклом*);

в) равноудалённых от данной прямой и данной точки.

13. Докажите, что для данного цикла отношение $\frac{AB}{\angle ACB}$ постоянно, то есть не зависит от выбора вписанного в цикл $\triangle ABC$. Это отношение называется *радиусом цикла*.

14. а) Докажите, что при движениях плоскости Галилея цикл переходит в цикл, причём радиус сохраняется.

б) Докажите, что циклы одного радиуса совмещаются параллельным переносом.

в) Найдите все движения плоскости Галилея, переводящие данный цикл в себя (назовём их *циклическими поворотами*).

г) При каком условии существует движение, переводящее данный цикл в себя, а точку A – в точку B ?

д) Докажите, что любое движение плоскости Галилея можно представить в виде композиции параллельного переноса и циклического поворота. Что можно сказать о единственности такого представления?

15. Докажите, что для любого треугольника существует и единственен а) описанный цикл; б) вписанный цикл.

16. Найдите геометрическое место середин хорд цикла, а) параллельных данной хорде; б) проходящих через данную точку.

17. Докажите, что середины сторон треугольника и основания его высот принадлежат одному циклу.

18. Каков физический смысл цикла и радиуса цикла?