

Шары и перегородки.

Теория и разминка.

"Шары и перегородки" — схема, моделирующая некоторые характерные типы комбинаторных задач. Иногда объекты ("шары", выложенные в ряд) удобно разделять на типы, расставляя между ними разделители ("перегородки").

1) Сколько существует последовательностей из n нулей и k единиц?

2) У мамы есть 5 (разных :-) детей и 17 одинаковых воздушных шариков. Сколькими способами мама может раздать шары детям?

3) Некоторые способы раздачи шаров из предыдущей задачи привели к слезам и дракам. Разумная мама стала бы раздавать шары детям так, чтобы каждый что-нибудь получил. Сколько способов это сделать?

Третью задачу можно решить непосредственно, а можно вывести из второй: дадим каждому ребёнку по шарик, чтобы не рыдал по пустякам. Осталось раздать ещё 12 шаров.

Задачи:

4) а) Сколькими способами мама может раздать четырем детям 20 разных конфет? б) Сколькими способами мама может раздать четырем детям 20 разных конфет так, чтобы каждому хоть что-то досталось? в) Сколькими способами мама может разделить между четырьмя детьми 20 одинаковых конфет? г) Сколькими способами мама может разделить между четырьмя детьми 20 одинаковых конфет так, чтобы каждому хоть что-то досталось?

5) В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нем: а) 12 открыток; б) 8 открыток; в) 8 различных открыток?

6) Сколькими способами можно разрезать ожерелье, состоящее из тридцати различных бусин, на 8 частей (резать можно только между бусинами)?

7) Завод выпускает погремушки в виде кольца с надетыми на него тремя красными и семью синими шариками. Сколько различных погремушек может быть выпущено? (Две погремушки считаются различными, если их нельзя сделать одинаковыми передвижением шариков по кольцу и переворачиванием.)

8) Сколькими способами число n можно разбить на меньшие его натуральные слагаемые? Представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными.

9) Бабушка купила для троих внуков десять одинаковых апельсинов и хочет раздать их так, чтобы младшему досталось не меньше, чем среднему, среднему — не меньше, чем старшему, а старшему досталось хоть сколько-нибудь. Сколько вариантов дележа возможно?

10) В марсианском языке три буквы — А, О и Ъ. По правилам грамматики два твёрдых знака подряд не пишутся. Других правил нет. Какое максимальное количество пятнадцатibuквенных слов из пяти букв каждого вида можно написать?