Гимназия №1543. 8-В класс. *Геометрия – 36* *12 марта 2009 г*

Вписанный угол: основные теоремы

Определение. ***Угол** называется **вписанным** в окружность, если его вершина принадлежит окружности, а стороны пересекают ее.*

Теорема о вписанном угле. *Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.*

Следствие 1. *Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу (или равные дуги), равны.*

Следствие 2. *Вписанный угол равен 90° тогда и только тогда, когда он опирается на диаметр.*

1. Докажите, что *если вписанные в одну и ту же окружность углы равны, то они опираются на равные хорды*. Верно ли обратное?
2. AC – диаметр окружности, точка B не принадлежит прямой AC. Докажите, что *угол ABC является острым (прямым, тупым) тогда и только тогда, когда точка B находится вне (на, внутри) окружности*.
3. Определите вид треугольника, если центр его описанной окружности находится: а) внутри треугольника; б) на его стороне; в) вне треугольника.

Определение. ***Угловой величиной дуги** называется величина опирающегося не нее центрального угла.*

1) Дуги одной окружности равны тогда и только тогда, когда их угловые величины равны.
2) Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.

Теорема об угле между хордами *Угол между пересекающимися хордами равен полусумме высекаемых ими противоположных дуг.*

Теорема об угле между секущими У*гол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг.*

Гимназия №1543. 8-В класс. *Геометрия – 37* *24 марта 2009 г*

Критерии вписанности четырехугольника

Теорема 1**.** *Около четырехугольника ABCD можно описать окружность тогда и только тогда, когда* $\angle ABD = \angle ACD$.

Теорема 2**.** *Около четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма его противолежащих углов равна 180°.*

1. Около параллелограмма ABCD можно описать окружность. Определите его вид.
2. Докажите, что о*коло трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда эта трапеция равнобокая*.
3. Из точки M, расположенной внутри острого угла с вершиной A, опущены перпендикуляры MB и MC на его стороны. Докажите равенство углов MAC и MBC.
4. Из произвольной точки M внутри данного угла с вершиной A опущены перпендикуляры MP и MQ на стороны угла. Из точки A опущен перпендикуляр AK на отрезок PQ. Докажите, что углы PAK и MAQ равны.
5. Четырёхугольник $ABCD$ – вписанный, K – середина той дуги AD, где нет других вершин четырёхугольника. Пусть X и Y – точки пересечения прямых BK и CK с диагоналями. Докажите, что прямая XY параллельна AD.
6. Точки A, B, C, D лежат на окружности в указанном порядке, M – середина дуги AB. Обозначим точки пересечения хорд MC и MD с хордой AB через E и K. Докажите, что KECD – вписанный четырехугольник.

Домашнее задание

7. Докажите, что хорды двух пересекающихся окружностей, соединяющие концы двух секущих, проходящих через точки пересечения, параллельны между собой.
8. Докажите, что радиус описанной окружности, проведенный к вершине треугольника, и опущенная из той же вершины высота образуют равные углы с боковыми сторонами.
9. Точки A, B, C, D расположены на окружности в указанном порядке. Точки M, N, K, L – середины дуг AB, BC, CD, DA соответственно. Докажите, что MK $\perp$ NL.
10. Сторона AD вписанного четырехугольника ABCD является диаметром описанной окружности, M – точка пересечения диагоналей, P – проекция точки M на AD. Докажите, что M – центр окружности, вписанной в треугольник BCP.
11. В окружности проведены две пересекающиеся хорды AB и CD. На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = AC$, а на отрезке CD – точку N так, что $DN = DB$. Докажите, что если точки M и N не совпадают, то прямая MN параллельна прямой AD.