

Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника

Теорема Фалеса.

Пусть даны две прямые. Если параллельные прямые отсекают на одной из них равные отрезки и пересекают вторую прямую, то и на ней они тоже отсекают равные отрезки.

Определение.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется **средней линией** этого треугольника.

Свойство средней линии треугольника.

Средняя линия треугольника параллельна основанию и равна его половине.

Теорема Вариньона.

Средины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

Следствие. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника, пересекаясь, делятся пополам.

1. Середины сторон четырехугольника являются вершинами а) ромба; б) прямоугольника. Каким свойством обладают диагонали исходного четырехугольника?
2. Постройте: а) треугольник; б) пятиугольник, если даны три точки, являющиеся серединами его сторон.

Домашнее задание

3. Докажите, что медиана и соответствующая средняя линия треугольника делят друг друга пополам.
4. Сторона треугольника равна a . Найдите отрезок, соединяющий середины медиан, проведенных к двум другим сторонам.
5. Докажите, что середины двух противоположных сторон любого четырехугольника без параллельных сторон и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма.
6. Окружность проходит через середины гипотенузы АВ и катета ВС прямоугольного треугольника АВС и касается катета АС. В каком отношении точка касания делит катет АС?
7. Докажите, что расстояние от вершины треугольника до ортоцентра вдвое больше, чем расстояние от центра описанной окружности до стороны, противоположающей этой вершине.
Указание. Вспомните задачу №3 по теме «Ортоцентр треугольника».

Теорема Фалеса, средняя линия и центр масс треугольника

1. С помощью циркуля и линейки разделите данный отрезок на n равных частей.
2. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ разделена на 43 равные части. Первая точка деления K соединена с вершиной B . В каком отношении диагональ AC делится прямой BK ?
Указание: удобнее решать задачу, заменив 43 на какое-нибудь число поменьше.
3. Точка K делит сторону BC треугольника ABC в отношении $BK:KC=1:2$. Отрезок AK пересекается с медианой BM в точке O . Найдите отношение, в котором точка O делит: а) медиану BM ; б) отрезок AK .
4. Теорема о пересечении медиан треугольника.
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении $2:1$, считая от вершины.
Точку пересечения медиан треугольника называют его **центром масс**.
5. Постройте треугольник по стороне и медианам, проведенным к двум другим сторонам.
6. Докажите признак равенства треугольников по трем медианам.
7. а) Медианы AM и BN треугольника ABC пересекаются в точке O . Докажите, что точки M , N и середины отрезков AO и BO являются вершинами параллелограмма.
б) Докажите теорему о медианах треугольника с помощью предложенной конструкции.

Задачи на 5

8. Точки K , L , M , N – середины сторон соответственно AB , BC , CD и DE пятиугольника $ABCDE$, а точки P и Q – середины отрезков соответственно KM и LN . Докажите, что $PQ \parallel AE$ и $PQ=1/4 AE$.
9. В прямоугольнике $ABCD$ $AB : AD = 1 : 3$. Сторона AD точками E и M делится на три равные части. Найдите сумму углов BEA , BMA и BDA .
10. Вершины A , B , C треугольника ABC соединены отрезками с точками A_1 , B_1 , C_1 , лежащими на противоположных сторонах треугольника. Докажите, что середины отрезков AA_1 , BB_1 , CC_1 не лежат на одной прямой. (Московская математическая олимпиада, 1945 год)