Параллелограмм-2 *(центр симметрии)*

1. Докажите, что если противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны, то его диагонали пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам.
   Замечание. Эту задачу мы уже решали с помощью равенства треугольников или центральной симметрии. А теперь решим ее, пользуясь признаками и свойствами параллелограмма.
2. Через центр параллелограмма ABCD проведены две прямые. Одна из них пересекает стороны AB и CD соответственно в точках M и K, вторая — стороны BC и AD соответственно в точках N и L. Докажите, что четырёхугольник MNKL — параллелограмм.
3. Дан параллелограмм ABCD и некоторая точка M. Через точки A, B, C и D проведены прямые, параллельные прямым MC, MD, MA и MB соответственно. Докажите, что все эти прямые проходят через одну точку.
4. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.
5. Через данную точку внутри угла проведите прямую так, чтобы ее отрезок, заключенный внутри угла, делился бы данной точкой пополам.
6. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O. Докажите, что окружности, описанные около треугольников AOB и COD, касаются.

<u>Домашнее задание</u>

7. Точки K, L, M, N – середины сторон соответственно AB, BC, CD и AD параллелограмма ABCD. Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK – параллелограмм.
8. Внутри треугольника ABC взята точка M и построены параллелограммы $AMBM_1$, $BMCM_2$ и $CMAM_3$. Докажите, что прямые AM_2, BM_3 и CM_1 пересекаются в одной точке.
9. Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Биссектрисы углов A и B пересекают прямую CD в точках M и N, причем MN=12. Найдите стороны параллелограмма.
10. Докажите признак равенства треугольников по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.
11. Вписанная в треугольник ABC окружность касается стороны AB в точке L, а вневписанная окружность касается продолжения этой стороны за точку B в точке N. Докажите, что NL = BC.