

Параллелограмм-1 (свойства и признаки)

Определение. Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма.

1. Середина диагонали параллелограмма является его центром симметрии.
2. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.
3. Противоположные углы параллелограмма равны, а соседние составляют в сумме 180° .
4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам. Точку пересечения диагоналей часто называют центром параллелограмма.

Признаки параллелограмма.

1. Если у четырехугольника есть центр симметрии, то это параллелограмм.
2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то это параллелограмм.
3. Если в четырехугольнике две противоположных стороны равны и параллельны, то это параллелограмм.
4. Если диагонали четырехугольника пересекаются и делятся точкой пересечения пополам, то это параллелограмм.

Задачи

1. Докажите признаки параллелограмма.
2. Биссектриса угла параллелограмма делит его сторону на отрезки, равные a и b . Найдите стороны параллелограмма.
3. Дан выпуклый четырехугольник ABCD, O – точка пересечения его диагоналей. Обязательно ли он является параллелограммом, если
 - а) Стороны AB и CD равны, а стороны BC и AD - параллельны;
 - б) $AO = OC$, а стороны AB и CD параллельны;
 - в) $AB = CD$ и $OB = OD$?

Домашнее задание

4. Биссектрисы углов A и D параллелограмма ABCD делят сторону BC на три равные части. Найдите его периметр, если $AB=1$.
5. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма ABCD как на диаметре, проходит через вершину B и середину стороны BC. Найдите углы параллелограмма.
6. Прямая имеет с параллелограммом ABCD единственную общую точку B. Вершины A и C удалены от этой прямой на расстояние a и b соответственно. На какое расстояние удалена от этой прямой вершина D?
7. Через точку, расположенную внутри треугольника, проведены прямые, параллельные сторонам треугольника. Эти прямые разбивают треугольник на три треугольника и три четырехугольника. Пусть a , b и c — параллельные высоты трёх этих треугольников. Найдите параллельную им высоту исходного треугольника.
8. Точка M — середина стороны CD параллелограмма ABCD, точка N — проекция вершины B на прямую AM. Докажите, что треугольник СВН равнобедренный.
Указание: Продолжите отрезки AM и BC до взаимного пересечения.