

## Измерение отрезков и углов

### Аксиомы измерения отрезков

1. Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля.
2. **Равные отрезки** имеют равные длины
3. Длина отрезка равна **сумме длин частей**, на которые он разбивается любой его точкой.

*Определение:* **Расстоянием** между точками А и В называется длина отрезка АВ.

### Аксиомы измерения углов

Развернутый угол принимается равным  $180^\circ$ .

1. Каждый угол имеет определенную градусную меру, большую нуля.
2. Градусные меры **равных углов** равны.
3. Градусная мера угла равна **сумме градусных мер** углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.

### Аксиомы откладывания отрезков и углов

1. На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному, и только один.
2. От любого луча в заданную полуплоскость можно отложить угол, равный данному, и только один.

### Задачи

1. Точка М отрезка АВ, равного 20 см, расположена на 9 см ближе к А, чем к В. Найдите АМ и ВМ.
2. Даны точки А и В. Где на прямой АВ расположены точки, расстояние от которых до точки А:  
а) больше, чем до точки В;  
б) вдвое больше, чем до точки В;  
в) втрое меньше, чем до точки В?
3. Даны точки А и В. Для каждой точки М, не совпадающей с точкой В и лежащей на прямой АВ, рассмотрим отношение АМ : ВМ. Где расположены точки, для которых это отношение: а) равно 2; б) больше 2; в) меньше 2?
4. Точки А, В, С последовательно расположены на одной прямой и  $AB:BC=3:4$ . Найдите отношения  $AB : AC$  и  $BC : AB$ .
5. Точки А, В, С расположены на одной прямой и  $AC : BC = 2 : 5$ . Найдите отношения  $AC : AB$  и  $BC : AB$ .
6. В деревне у прямой дороги стоят четыре избы А, В, С и D на расстоянии 50 м друг от друга. В какой точке дороги надо построить колодец, чтобы сумма расстояний от колодца до всех четырех изб была наименьшей?
7. В деревне А живет 50 школьников, в деревне В живет 100 школьников. Расстояние между деревнями 3 км. В какой точке дороги из А в В надо построить школу, чтобы суммарное расстояние, проходимое всеми школьниками, было наименьшим?
8. Из точки на листе бумаги провели четыре луча, делящих плоскость на четыре угла. Затем лист разрезали по биссектрисам этих углов на четыре части (которые тоже являются углами). Докажите, что два из этих четырех углов образуют в сумме  $180^\circ$ .
9. Имеется угольник с углом  $70^\circ$ . Как с его помощью построить угол в  $40^\circ$ ? Какие еще углы можно точно построить с помощью такого угольника?
10. Имеется угольник с углом  $19^\circ$ . Как с его помощью построить угол в  $1^\circ$ ? Какие еще углы можно точно построить с помощью такого угольника?
11. С помощью каких еще угольников с углом в целое число градусов можно построить угол в  $1^\circ$ ? Попробуйте полностью исследовать вопрос.

*Замечание.* Речь идет о теоретической возможности, а не о реальном построении: при многократном использовании угольника накопится ошибка гораздо больше, чем  $1^\circ$ .