

- 1) Пересечение прямой и окружности. Секущая и касательная. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит её пополам. Отрезки касательных равны.
- 2) Пересечение двух окружностей. Концентрические окружности. Касание окружностей. Точка касания лежит на линии центров. Общая касательная перпендикулярна линии центров. Общая хорда перпендикулярна линии центров. Общие касательные к двум окружностям.
- 3) Общая внешняя касательная к двум касающимся окружностям. Длина отрезка касательной (выражение через радиусы). Отрезок касательной виден из точки касания под прямым углом. Общая внутренняя касательная делит указанный отрезок пополам. Радиус окружности, касающейся общей касательной и данных окружностей (два случая).
- 4) Задача Архимеда об арбелосе.
- 5) Окружности расположены одна вне другой. К ним провели общую внешнюю касательную AB и общую внутреннюю CD (A и C лежат на одной окружности). Докажите, что $AC \perp BD$.
- 6) Дуга. Величина дуги. Центральный угол. Вписанный угол. Теорема о вписанном угле. Следствие для диаметра.
- 7) Критерий вписанности выпуклого четырёхугольника (сторона видна из двух других вершин под равными углами).
- 8) Критерий вписанности выпуклого четырёхугольника (сумма противоположных углов равна 180°).
- 9) Угол между хордами. Угол между секущими.
- 10) (Теорема Менъе.) Описанная окружность треугольника делит пополам отрезок между центром вписанной и невписанной окружностей. ABC .
- 11) Высоты треугольника пересекаются в одной точке.
- 12) Высоты треугольника служат биссектрисами треугольника, образованного основаниями высот (рассмотрите отдельно случай тупоугольного треугольника).
- 13) Вписаны только равнобедренные трапеции. Для равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , диагонали которой пересекаются в точке Q , описанные окружности треугольников ABQ и CDQ пересекаются, помимо точки Q , в центре описанной окружности трапеции.
- 14) Точки, симметричные ортоцентру треугольника относительно его сторон, лежат на описанной окружности. Точки, симметричные ортоцентру треугольника относительно середин его сторон, лежат на описанной окружности.
- 15) Продолжения сторон AB и DC вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P , а продолжения сторон BC и DA — в точке Q . Докажите, что точки пересечения биссектрис углов $\angle APD$ и $\angle DQC$ со сторонами четырёхугольника $ABCD$ суть вершины ромба.
- 16) Две окружности пересекаются в точках A и B . Прямая пересекает отрезок AB и пересекает окружности последовательно в точках K, L, M, N . Докажите, что $\angle KAL = \angle MBN$.
- 17) Угол между хордой и касательной. Обратная теорема.
- 18) Общая касательная к пересекающимся окружностям. Сумма углов, под которыми отрезок касательной виден из точек пересечения окружностей, равна 180° . Продолжение общей хорды делит отрезок касательной пополам.
- 19) Радиусы описанной окружности треугольника, проведённые в вершины, перпендикулярны сторонам треугольника, образованного основаниями высот.
- 20) Прямая Симсона.
- 21) Окружность Эйлера.
- 22) Теорема Мигеля о шести окружностях.
- 23) Точка Мигеля четырёх прямых.
- 24) Точка Торичелли и её свойства.