

41. Вписанные четырёхугольники (07.04.2008)

- а) Докажите, что если четырёхугольник вписан в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .
б) Докажите обратное утверждение: если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180° , то он вписан в окружность.
- Если точки A и B лежат по одну сторону от прямой CD и $\angle CAD = \angle CBD$, то все четыре точки A , B , C и D лежат на одной окружности.
- Из произвольной точки M катета BC прямоугольного треугольника ABC на гипотенузу AB опущен перпендикуляр MN . Докажите, что $\angle MAN = \angle MCN$.
- В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . M — середина стороны AB . Докажите, что $MA_1 = MB_1$.
- В равностороннем треугольнике ABC на стороне AB взяли точку E и на отрезке EC построили в сторону точки B правильный треугольник EKC . Докажите, что прямые AC и BK параллельны.
- В треугольнике ABC угол B равен 60° , биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O . Докажите, что $OD = OE$.
- В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена биссектриса CM и высота CH . HD и HE — биссектрисы треугольников AHC и CHB . Докажите, что точки C , D , H , E и M лежат на одной окружности.
- В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = CD$, M — точка пересечения диагоналей, K — точка пересечения биссектрис углов A и D . Докажите, что точки A , M , K и D лежат на одной окружности.
- Вершины A и B треугольника ABC с прямым углом C скользят по сторонам прямого угла с вершиной P . Докажите, что точка C перемещается при этом по отрезку.