

13. Неравенство треугольника (ещё) (14.11.2007)

1. Существует ли четырёхугольник со сторонами 1, 2, 3, 6?
2. Докажите, что сумма высот треугольника меньше его периметра.
3. Имеются два отрезка, длины которых равны a и b . Известно, что существует треугольник со сторонами $a + 5b$, $5a + 6b$ и $3a + 2b$. Что больше: a или b ?
4. Четырёхугольник $ABCD$ – выпуклый, $\angle A = \angle B$, $\angle D > \angle C$. Докажите, что $BC > AD$.
5. а) Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ таковы, что $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, а угол BAC больше угла $B_1A_1C_1$. Докажите, что $BC > B_1C_1$.
Указание: Возьмите такую точку D , лежащую в одной полуплоскости с C относительно прямой AB , чтобы $\triangle ABD = \triangle A_1B_1C_1$, после чего проведите биссектрису угла DAC .
б) Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ таковы, что $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, а $BC > B_1C_1$. Докажите, что $\angle BAC > \angle B_1A_1C_1$.
6. Точки M и N расположены по одну сторону от прямой l . Найдите такую точку K на прямой l , для которой сумма $MK + KN$ является наименьшей.
7. Полуостров представляет собой острый угол, внутри которого находится дом лесника. Как леснику, выйдя из дома, добраться до одного берега, затем до другого и вернуться домой, пройдя по самому короткому пути?
8. Решите предыдущую задачу при условии, что полуостров представляет собой
а) прямой; б) тупой угол.