

Различные способы доказательства неравенств**1. Разбор самостоятельной работы**

Решите устно: 6.35 (ответ к пункту б — «нет»).

2. Разбор домашнего задания

Докажем, что из всех прямоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет квадрат. Действительно, пусть прямоугольник с площадью S имеет стороны a и $\frac{S}{a}$, квадрат с той же площадью имеет сторону \sqrt{S} . Рассмотрим выражение $2a + 2\frac{S}{a} - 4\sqrt{S}$. Преобразуем его:

$$2\frac{a^2 + S - 2a\sqrt{S}}{a} = 2\frac{(a - \sqrt{S})^2}{a} \geq 0,$$

причём равенство нулю достигается только при $a = \sqrt{S}$. Отсюда следует, что периметр прямоугольника больше периметра квадрата с той же площадью.

Рассмотрим другую задачу: из всех прямоугольников с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет квадрат. Эту задачу можно доказать тем же способом, но мы воспользуемся предыдущим результатом. Пусть квадрат имеет периметр P и площадь S . Рассмотрим прямоугольник с тем же периметром и площадью S_1 . Квадрат с площадью S_1 будет иметь периметр P_1 , причём, по-доказанному, $P_1 < P$. Тогда $S_1 < S$, что и требовалось доказать.

Решите устно:

1) 6.87, 6.93

2) 6.88, 6.94

3. наименьшее значение суммы и наибольшее значение произведения

6.90, 6.95, 6.97

6.91б (разделим числитель на знаменатель и оценим сумму чисел, произведение которых равно 36).

6.92в (рассмотрим обратную дробь и оценим её, как в предыдущем задании).

4. Решение неравенств с помощью выделения полного квадрата

Известно, что $x - y = 10$. Докажите, что $x^2 - 2y^2 \leq 200$.

5. Решение неравенств с помощью применения стандартных неравенств

6.105 (оценим сумму модулей, и используем неравенство о среднем квадратичном и среднем арифметическом, или возведём в квадрат модуль суммы, а для оценки произведения используем неравенство о среднем квадратичном и среднем геометрическом).

Устно: 6.55 (используем неравенство о ср. геом. и ср. арифм.), 6.71 (трижды применим неравенство о сумме взаимно обратных чисел), 6.98в (используем неравенство о сумме трёх квадратов).

Письменно: 6.98г, 6.100а

6. Домашнее задание

6.72, 6.89, 6.91а, 6.92а, 6.96, 6.98б, 6.100в, 6.106, 6.113, 6.120