

«АНАЛИЗ И ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР»

ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2022 ГОДА

ЛЕКТОР С. В. ШАПОШНИКОВ

Спецкурс посвящен геометрическим и аналитическим свойствам пространства вероятностных мер с метрикой Канторовича и основан на знаменитых работах С.Villani, L.Ambrosio, P.L.Lions. Будут обсуждаться понятие касательного вектора к абсолютно непрерывной кривой в пространстве мер, дифференциальные свойства метрики Канторовича, связь кривой и уравнения непрерывности, геодезические, различные определения производной от функционалов на пространстве мер. Кроме того, будут обсуждаться градиентные потоки на пространстве мер и их применение к некоторым уравнениям математической физики. Предполагается знакомство слушателей со стандартными курсами линейной алгебры, математического анализа, меры и интеграла Лебега.

ПРОГРАММА

- (1) Элементы теории меры. Формула замены переменных. Условные меры.
- (2) Слабая сходимости. Теорема Прохорова. Метрика Канторовича–Рубинштейна.
- (3) Метрика  $W_p$ . Оптимальные планы и оптимальные отображения.
- (4) Абсолютно непрерывные кривые в метрическом пространстве. Геодезические.
- (5) Уравнение непрерывности и его связь с абсолютно непрерывными кривыми.
- (6) Принцип суперпозиции. Элементы теории одномерных потоков.
- (7) Дифференцирование метрики Канторовича.
- (8) Формула Бенаму–Бренье. Геодезические в пространстве мер с метрикой Канторовича.
- (9) Пространства неотрицательной кривизны Александрова. Обобщенные геодезические.
- (10) Дифференцирование функционалов на пространстве мер. Производная Лионса.
- (11) Градиентные потоки и уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова.
- (12) Кривизна Риччи и градиентный поток, порождаемый энтропией.
- (13) Анализ на метрических пространствах.