

Грубая геометрия

Арутюнов А.А. Алексеев А.В.

28 ноября 2021 г.

Планируется прочитать курс, основанный на лекциях Джона Роу, по грубой геометрии (Coarse Geometry).

В первой половине курса планируется определить грубую геометрию как подход к изучению пространств (особенно метрических пространств) с «крупномасштабной» точки зрения, в рамках которой два пространства, которые выглядят одинаково с большого расстояния, фактически эквивалентны. Планируется показать, что многие геометрические свойства метрических пространств определяются их крупномасштабной грубой структурой, что показывает эффективность данного подхода.

В второй половине курса планируется дать определения понятий роста и аменабельности грубых пространств, рассказать про аппарат грубой гомологической алгебры и рассмотреть грубый аналог гипотезы Баума-Конна.

Курс рассчитан на студентов старших курсов и аспирантов.

Пререквизиты: знакомство с теорией групп, алгебраической топологией и функциональным анализом. Желательно также знакомство с теорией категорий.

Программа курса:

1. Грубые и борнологические отображения метрических пространств, грубая эквивалентность. Теорема Шварца-Милнора о графах Кэли.
2. Абстрактное понятие грубой структуры, грубая связность топологических пространств. Понятие грубой топологической структуры. Компактификация по Хигсону, корона Хигсона.
3. Метризуемость грубых топологических пространств.
4. Ограниченная геометрия, понятие роста метрических пространств. Сохранение роста в классе грубо эквивалентных пространств.
5. Аменабельные пространства. Сохранение аменабельности при грубых преобразованиях. Примеры аменабельных и не аменабельных пространств. Аменабельные и не аменабельные группы (разрешимые группы, свободные группы). Условие Фольнера и теорема Фельнера.

6. Грубая алгебраическая топология. Грубый комплекс с коэффициентами в абелевой группе. Грубые когомологии и их вычисление. Внутреннее и внешнее грубое произведение. Грубый вариант гипотезы Баума-Конна.
7. Отрицательная кривизна и связь с гиперболичностью. Свойство Рипа и гиперболичность по Громову.

Список литературы

- [1] Roe, John. "Lectures on coarse geometry.", University Lectures Series, vol.31 (2003)
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1090/ulect/031>
- [2] Roe, John. "Index theory, coarse geometry, and topology of manifolds.", CBMS Regional Conference Series in Mathematics, vol.90 (1996)
<https://doi.org/10.1090/cbms/090>.
- [3] Christian Rosendal, "Coarse geometry of topological groups", Cambridge Tracts in Mathematics, 2021.
- [4] M. Gromov "Hyperbolic groups". Essays Group Theory. – NY, 1987.