

Листок 7. 19 АПРЕЛЯ 2017

*Задача 1.* Пусть функция  $f$  голоморфна. Проверьте справедливость равенств  $\Delta|f|^2 = 4|f'|$ ,  $\Delta \ln(1 + |f|^2) = 4|f'|/(1 + |f|^2)^2$ .

*Задача 2.* Пусть функция  $f$  голоморфна в круге с центром в нуле, число  $r > 0$  меньше радиуса этого круга.

$$\ln|g(0)| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln|g(re^{i\varphi})| d\varphi.$$

*Задача 3.* Пусть функция  $f$  голоморфна в круге с центром в нуле. Тогда при  $r > 0$  не превышающем радиуса этого круга справедливо равенство

$$\ln|g(0)| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln|g(re^{i\varphi})| d\varphi.$$

*Задача 4.* Пусть функция  $f$  гармонична и положительна в круге с центром в нуле и радиусом  $R$ . Покажите, что при  $|z| < R$  справедливо неравенство

$$\frac{R - |z|}{R + |z|} \leq \frac{f(z)}{f(0)} \leq \frac{R + |z|}{R - |z|}$$

*Задача 5.* Пусть для непрерывной в области функции справедлива теорема о среднем. Докажите, что эта функция гармоническая.