ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Задачи-1.

1.(а) Пусть у любой точки топологического пространства X имеется окрестность, гомеоморфная открытому двумерному кругу. Может ли X иметь мощность, большую континуума?
(б) Тот же вопрос при дополнительном предположении *связности* пространства X.

2. Приведите пример конечного множества треугольников с таким отождествлением их сторон, что склейка несвязного объединения треугольников по этому отождествлению представляет собой *неориентируемую* поверхность.

3. Дайте определение *рода* компактной ориентируемой поверхности.

4. Объясните различие между словами *ориентируемая* и *ориентированная.*

5.(а) Могут ли фундаментальные группы компактной и некомпактной поверхностей быть изоморфны?
(б) Тот же вопрос при дополнительном предположении *нетривиальности* этих групп.

6. Даны две компактные ориентируемые поверхности. После выбрасывания из них конечных множеств точек их фундаментальные группы оказались изоморфны. Следует ли отсюда, что поверхности имели одинаковые роды?

7. Может ли фундаментальная группа плоской области быть несчетной?

8. Приведите пример замкнутой, но не точной дифференциальной 1-фориы на плоской области.

9.(а) Дайте (разумное) определение *петли* так называемого *Декартова листа,* т.е. кривой, заданной на вещественной плоскости с координатами x, y уравнением $y^2 = x^3 + x^2$.

(б) Вычислите длину петли декартова листа.
(в) Вычислите площадь внутри петли декартова листа.

10. Является ли поле рядов Лорана алгебраически замкнутым?

11. Решите в формальных рядах от x уравнение $y(1-y)^{2001} = x$.

12. Решите в рядах Пюизо от x уравнение $y^2 + 2xy - x^2 = 0$.

13(а). Дайте определение *инъективного морфизма* в произвольной категории.
(б). Дайте определение *сюръективного морфизма* в произвольной категории.

14(а) Дайте определение *прямого предела* в произвольной категории.
(б)Приведите примеры существования и несуществования прямых пределов.

Г.Б.Шабат, Н.Я.Амбург, Е.М.Крейнес.