Высший Математический Колледж

Математический анализ 2-й курс 20 октября 1999 года

Контрольная работа.

1. Найдите какую-нибудь 2-форму ω, для которой

$$(x\,dx + y\,dy + z\,dz) \wedge \omega = (x^2 + y^2 + z^2)dx \wedge dy \wedge dz.$$

2. Пусть $\omega_1 = \omega|_{S^2}$ — ограничение формы ω на сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Найдите ω_1 в сферических координатах.

3. Пусть $f : S^2 \setminus \{(0,0,1)\} \to \mathbb{R}^2$ — стереографическая проекция сферы на плоскость xOy. Найдите 2-форму ω_2 на $\mathbb{R}^2$ такую, что $\omega_1 = f^*(\omega_2)$.

4. Пусть E, N — векторные поля на сфере, имеющие единичную длину и направленные вдоль параллелей и меридианов соответственно. Найдите их образы $u = f_*(E)$, $v = f_*(N)$ при отображении f.

5. Вычислите значение $\omega_2(u, v)$ формы ω_2 на паре полей u, v.

6. Как меняется форма ω_2 под действием потоков полей u и v?