

**Листок 10**  
**ГЕОМЕТРИЯ**  
**Проективная геометрия-II**

*Чтобы сдать этот листок необходимо решить хотя бы 3 задачи. Задачи со звёздочкой приравниваются к двум задачам без звёздочки.*

1. Даны пять различных коллинеарных точек  $A, B, C, D, E$ . Докажите, что

$$\langle A, B, C, D \rangle \cdot \langle A, B, D, E \rangle \cdot \langle A, B, E, C \rangle = 1.$$

2. (Корректность определения двойного отношения четырёх коллинеарных точек  $\mathbb{R}P^2$ )  
Дана четверка прямых, проходящих через одну точку. Докажите, что двойное отношение 4 точек, высекаемых исходными прямыми на еще одной прямой, не зависит от выбора этой вспомогательной прямой.

3. Запишите уравнение гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$ , параболы  $y = x^2$  и окружности  $x^2 + y^2 = 1$  в однородных координатах и найдите все их точки на бесконечности.

4. Укажите какое-нибудь проективное преобразование, переводящее окружность  $x^2 + y^2 = 1$  в параболу  $y = x^2$ . Единственно ли оно?

5. Чем будут являться прямые, плоскости и гиперплоскости в геометрии Грассмана? Как выглядит двойственность в геометрии Грассмана?

6\*. Введите аналог однородных координат на грассманиане. Эти координаты должны совпадать с однородными координатами в случае, когда грассманиан совпадает с проективным пространством.