

Алгебра 3

И.В. Аржанцев и С.Н. Федотов
Независимый Московский университет
осень 2013

ЗАДАЧИ К ЛЕКЦИИ 12

Задача 1. Классифицируйте с точностью до изоморфизма алгебры Ли размерности два.

Задача 2. Изоморфны ли алгебры Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$ и \mathbb{R}^3 с операцией векторного произведения?

Задача 3. Докажите, что алгебра Ли $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ проста. Найдите все идеалы в алгебре Ли $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{C})$.

Задача 4. Разложите естественное представление алгебры Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$ в пространстве $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ в прямую сумму неприводимых представлений.

Задача 5. Докажите, что тавтологическое представление алгебры Ли $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ изоморфно своему двойственному тогда и только тогда, когда $n \leq 2$.

Задача 6. Приведите пример алгебры Ли, которая не (полу)проста, но совпадает со своим коммутантом.