1. Опишите все конечномерные неприводимые представления (все эти алгебры можно считать определёнными над $\mathbb{C}$, представления — тоже) (**а**) алгебры матриц $n \times n$; (**б**) алгебры многочленов от n переменных; (**в**) внешней алгебры n-мерного пространства; (**г**) алгебры $\mathbb{C}\langle p, q \mid pq - qp = 1\rangle$.

2. (**а**) Какой из известных Вам алгебр изоморфна алгебра $\mathbb{H} \otimes \mathbb{C}$? (**б**) Докажите, что имеет место изоморфизм алгебр $\mathbb{H} \otimes \mathbb{H} \simeq \mathrm{Mat}_4(\mathbb{R})$.

3. Приведите пример алгебры A, для которой *противоположная* алгебра A^{opp} ей не изоморфна.

Пусть q — симметричная билинейная форма на векторном пространстве V. Определим ассоциативную *алгебру Клиффорда* $\mathrm{Cl}(V)$ следующим образом: её пространство образующих есть V, а соотношения имеют вид $vw + wv = q(v, w) \cdot 1$.

4. Докажите, что для конечномерного пространства V алгебра $\mathrm{Cl}(V)$ конечномерна.

5. Пусть $V = W \oplus W^*$, причём форма q — спаривание W с W^*, т. е. в подходящем базисе она имеет блочную матрицу $\left(\begin{smallmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{smallmatrix}\right)$. Докажите, что алгебра $\mathrm{Cl}(V)$ изоморфна алгебре $\mathrm{End}(\Lambda^\bullet(W))$.

6. Докажите, что над полем $\mathbb{C}$ алгебра Клиффорда для невырожденной формы изоморфна либо матричной, либо прямой сумме двух матричных.