1. (**а**) В целостном кольце можно сокращать:

$$\forall a, b\ (x \neq 0, ax = bx) \Rightarrow a = b.$$

(**б**) Можно ли сокращать в кольце с делителями нуля? (Реально здесь есть две задачи: приведите пример кольца с делителями нуля, где не всегда можно сокращать, и выясните, есть ли кольцо с делителями нуля, где всегда можно сокращать.)

2. Конечное (как множество) целостное кольцо является телом. (Заметим, что наличие единицы получается автоматически!)

3. В кольце с делителями нуля существуют нетривиальные идеалы. (Здесь надо предполагать, что в кольце есть единица; приведите пример кольца без единицы, где это неверно.)

4. Кольцо многочленов над целостным кольцом — целостное кольцо.

5. Кольцо не имеет нетривиальных идеалов тогда и только тогда, когда оно является телом. (Комментарий тот же, что и к задаче 3.)

6. (**а**) Кольцо целых гауссовых чисел $\mathbb{Z}[i]$ — кольцо главных идеалов.

(**б**) Кольцо $\mathbb{Z}[i\sqrt{2}]$ — кольцо главных идеалов.

(**в**) Кольцо $\mathbb{Z}[i\sqrt{3}]$ не является кольцом главных идеалов.