1. Сколько существует вложений S_3 в S_5 (т. е. инъективных гомоморфизмов $\varphi\colon S_3 \to S_5$)?

2. Возможно ли равенство $n^{13} = 2335388560327062565787543$, если известно, что n — целое число?

3. Пусть $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{Q}[i]$. (**а**) Докажите, что кольцо $\mathbb{Z}[\omega]$ евклидово относительно некоторой нормы (и укажите такую норму). (**б**) Найдите в кольце $\mathbb{Z}[\omega]$ наибольший общий делитель элементов $465 + 744\omega$ и $158 + 145\omega$.

4. Является ли матрица (**а**) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; (**б**) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ матрицей осевой симметрии евклидовой плоскости в некотором базисе?

5. Матрица билинейной формы f в базисе $\{e_1,\ e_2,\ e_3\}$ имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 8 \\ 14 & 22 & 36 \end{pmatrix}$. Укажите какой-нибудь базис, в котором матрица квадратичной формы $g(x) = f(x, x)$ диагональна.

6. Разложите в прямую сумму циклических абелевых групп факторгруппу A/B, где A — свободная абелева группа с базисом e_1, e_2, e_3, а B — её подгруппа, порождённая f_1, f_2, f_3:
$f_1 = 2e_1 + 6e_2 - 2e_3$, $f_2 = 2e_1 + 8e_2 - 4e_3$, $f_3 = 4e_1 + 12e_2 - 2e_3$.

7. Найдите жорданову нормальную форму матрицы $\begin{pmatrix} 6 & -9 & 5 & 4 \\ 7 & -13 & 8 & 7 \\ 8 & -17 & 11 & 8 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Все ответы должны быть обстоятельно обоснованы. Критерии оценок: 6 задач — «5», 5 задач — «4», 4 задачи — «3». Удачи!