

Программа первого семестра трёхсеместрового курса алгебры в НМУ.

Цели первого семестра:

- 1) Знакомство с алгебраическими структурами (абелевы группы, кольца, поля, алгебры, модули).
- 2) Теоремы классификации: модули над кольцами главных идеалов. Следствия: жорданова и фробениусова нормальные формы линейных операторов, классификация конечно-порождённых абелевых групп.

Примерная программа:

1. Абелевы группы, кольца, поля. Гомоморфизмы. Примеры: целые, рациональные, действительные и комплексные числа, многочлены, кольца и поля вычетов, конечные поля, кольца и поля формальных степенных рядов. НОД, алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики. Основная теорема алгебры. Китайская теорема об остатках.
2. Идеалы: главные и конечно-порожденные. Простые и максимальные идеалы. Кольца главных идеалов, нётеровы и факториальные кольца. Теорема Гильберта о базисе.
3. Модули над кольцами. Фактор-модули, свободные модули, гомоморфизмы модулей, образующие и соотношения.
4. Модули над полями: векторные пространства. Линейные отображение, канонические изоморфизмы векторных пространств. Матрицы линейных операторов в различных базисах. Двойственное пространство. Алгебры.
5. Полилинейные формы, определители. Правило Крамера. Грассмановы многочлены.
6. Классификация модулей над кольцами главных идеалов. Примеры: классификация конечно-порождённых абелевых групп, классификация линейных операторов: жорданова и фробениусова нормальные формы.
7. Собственные значения и собственные подпространства. Характеристический и минимальный многочлены. Нильпотентные и полупростые операторы. Циклические векторы. Разложение Жордана. Функции от оператора. Теорема Гамильтона-Кэли.

Список литературы

[Ви] Винберг Э.Б. *Курс алгебры*. М., Из-во МЦНМО, 2019.

[Го1] Горденцев А.Л. *Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Часть 1*. «МЦНМО», 2013. Версия от 05.2011 доступна [здесь](#).

[Го2] Горденцев А.Л. *Алгебра-1. Конспекты лекций*. Доступны [здесь](#).