

Медведев Владимир Олегович

ТЕОРИЯ МИНИМАЛЬНЫХ ПОДМНОГООБРАЗИЙ I

ПРОГРАММА КУРСА:

I. Основные сведения из римановой геометрии и теории уравнений с частными производными: тензор Римана, тензор Риччи, скалярная кривизна, средняя кривизна, уравнение Гаусса, радиус инъективности, конформные метрики, дифференциальные уравнения в частных производных на римановых многообразиях, слабые и сильные решения, соболевские пространства на римановых многообразиях и их вложения, эллиптическая регулярность, неравенство Гарнака, спектр замкнутого риманова многообразия.

II. Начала теории минимальных подмногообразий: функционал объёма vs функционал энергии, первая вариация функционала объёма, гармонические отображения, минимальные подмногообразия евклидова пространства и стандартных сфер, минимальные графики, гауссово отображение, теорема Бернштейна, представление Вейерштрасса, задача Плато.

III. Теория устойчивости минимальных подмногообразий: вторая вариация функционала объёма, оператор стабильности Якоби, индекс Морса минимального подмногообразия, теорема Фишер-Колбри об индексе минимальных гиперповерхностей, теорема Шейна-Яу об устойчивой минимальной гиперповерхности, теорема Фишер-Колбри-Шейна, теорема Барбосы-до Кармо об устойчивых областях, минимальные подмногообразия с концами, теорема Ченга-Тыска, стабильные конусы и их приложения, обзор новейших результатов по теории устойчивости.

IV. Минимальные подмногообразия высшей коразмерности*: кэлера геометрия, неравенство Виртингера, специальные лагранжевы подмногообразия, теорема Бернштейна в высшей коразмерности, гармонические отображения в грассманианы, калибрации.

Темы помеченные звёздочкой могут быть частично или полностью опущены в связи с нехваткой времени.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

Y. Xin. Minimal Submanifolds and Related Topics

T.Colding, W. P. Minicozzi II. A Cours in Minimal Surfaces

Topics on Minimal Surfaces by R. Schoen

J.Jost. Riemannian Geometry and Geometric Analysis

R. Schoen and S.-T. Yau. Lectures on Differential Geometry