А. С. Кронрод (1921–1986)

В. М. Тихомиров

22 октября 2001 года исполнилось бы 80 лет Александру Семёновичу Кронроду — человеку, оставившему большой след в математике, в становлении того, что ныне называется Computer Science, и в математическом просвещении.

В этот день на мехмате МГУ состоялось заседание, посвящённое его памяти. На нём присутствовало свыше ста двадцати человек, что очень необычно для собрания, которое происходило через пятнадцать лет после смерти человека (Кронрод скончался 6 октября 1986 года).

Там было сказано множество прекрасных слов о Кронроде, зачитывались письма и телеграммы его друзей, последователей и учеников, которых жизнь разбросала по разным странам.

Мне думается, многим важно знать о тех, кто прокладывал дорогу в жизнь их учителям и старшим коллегам. Среди тех кто очень много сделал для нас всех, для нашей общности, был Александр Семёнович Кронрод.

* * * * * *

К математике Саша Кронрод приобщился в школьном математическом кружке Давида Шклярского. Об этом замечательном человеке, преобразовавшем кружковско-олимпийское движение, было рассказано во втором выпуске «Математического просвещения». На четвёртой Московской математической олимпиаде 1938 года все первые призы были получены участниками кружка Шклярского, и одну из четырёх первых премий получил Саша Кронрод. В том же году он поступает на механико-математический факультет МГУ.

В это же время А. С. Кронрод выполнил свое первое самостоятельное исследование, решив задачу, поставленную Александром Осиповичем Гельфондом (см. о нём в четвёртом выпуске нашего альманаха). В этой своей работе Кронрод описал структуру множества точек разрыва функции, дифференцируемой в точках непрерывности. В 1939 году его статья была напечатана в «Известиях Академии Наук» среди работ, принадлежавших нескольким выдающимся математикам — А. О. Гельфонду, А. А. Ляпунову, П. Я. Полубариновой - Кочиной, А. Я. Хинчину и другим.

Математическое просвещение, сер. 3, вып. 6, 2002(49–54)

В начале войны Кронрод подал заявление в военкомат с просьбой отправить его на фронт, но получил отказ: студентам старших курсов полагалась броня. Вскоре студентов отправили на строительство оборонных сооружений. Обладавший огромной активностью и большими организаторскими способностями, Кронрод возглавил студенческую бригаду мехмата на этих работах. По возвращении с них Кронрод продолжает атаковать военкомат и добивается своего: он попадает в действующую армию.

Во время зимнего наступления нашей армии под Москвой за проявленную храбрость Кронрод был отмечен первым боевым орденом. Тогда же он был ранен в первый раз. А. Н. Колмогоров добился разрешения после завершения лечения в госпитале взять Кронрода в аспирантуру. Но Кронрод не воспользовался этим и возвратился на фронт. После второго тяжёлого ранения, последствия которого давали себя знать все последующие годы, он был демобилизован.

В госпитале Кронрод обратился к задаче, которую ещё перед войной поставил перед ним профессор мехмата М. А. Крейнес. Требовалось ответить на следующий вопрос. Пусть подстановка $i \to k_i$, заданная на натуральном ряде $\mathbb{N}$ меняет сумму какого-то бесконечного ряда ($\sum_{i\in\mathbb{N}} a_i \neq \neq \sum_{i\in\mathbb{N}} a_{k_i}$). Существует ли тогда (условно) сходящийся ряд $\sum_{i\in\mathbb{N}} b_i$, который эта же подстановка переводит в расходящийся? Кронрод далеко раздвинул рамки поставленной перед ним задачи. Он показал, что все подстановки натурального ряда делятся на несколько категорий. Существуют подстановки, переводящие некоторые сходящиеся ряды в расходящиеся (Кронрод назвал их «левыми»), подстановки, которые какой-то расходящийся ряд переводят в сходящийся, были названы им «правыми». Подстановки левые и правые одновременно были названы «двусторонними», подстановки, не являющихся ни левыми, ни правыми, Кронрод назвал «нейтральными» (эти подстановки, как оказалось, не могут менять сумму ни одного ряда, ибо, как показал Кронрод, подстановки, могущие менять сумму ряда, — их Кронрод назвал «существенными» — являются подмножеством двусторонних подстановок). Заключительная часть работы содержала эффективные критерии принадлежности подстановок к тому или иному классу и перенесение основных результатов работы на ряды с комплексными членами.

Эта красивая работа, опубликованная в 1945 году в «Математическом сборнике», стала дипломной работой Кронрода. За неё он был удостоен премии Московского математического общества для молодых учёных (это был уникальный случай присуждения премии Общества студенту; кроме того, Кронрод единственный дважды получивший эту премию).

Осенью 1944 года Кронрод возобновил занятия на четвёртом курсе механико-математического факультета.

В феврале 1945 года на факультете произошло незаурядное событие: после большого перерыва возобновил чтение лекций академик Николай Николаевич Лузин. Лузин был основателем Московской математической школы. Среди его учеников были такие всемирно известные учёные, как П. С. Александров, Н. К. Бари, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник, А. А. Ляпунов, Д. Е. Меньшов, П. С. Новиков, М. Я. Суслин, П. С. Урысон, А. Я. Хинчин, Л. Г. Шнирельман... В середине тридцатых годов у Лузина возник трагический конфликт с некоторыми из его учеников, в результате которого он вынужден был покинуть Московский университет.

В сорок пятом году Лузин объявил специальный курс «Теория функций двух действительных переменных». Он начал также вести семинар, тесно связанный с этим курсом. На этом семинаре появились последние ученики Н. Н. Лузина. Ими, видимо, следует считать А. С. Кронрода и его друга Георгия Максимовича Адельсона-Вельского. Лузин был единственным учителем Кронрода, и тот всегда гордился этим своим ученичеством. В частности, он любил демонстрировать подаренный ему Лузиным и надписанный автором экземпляр французского оригинала знаменитой диссертации Лузина «Интеграл и тригонометрический ряд» и с удовольствием вспоминал, как Лузин представил Кронрода (в 1945 году, на собрании, посвящённом юбилею Академии Наук) знаменитому французскому математику Жаку Адамару как своего ученика.

Задача, поставленная Лузиным перед Адельсоном-Вельским и Кронродом, состояла в том, чтобы доказать методами теории функций действительного переменного без обращения к интегральному исчислению, что каждая функция $w(x,y) = u(x,y) + iv(x,y)$, где $u(x,y)$ и $v(x,y)$ удовлетворяют условиям Коши-Римана, разлагается в степенной ряд. Поставленная задача была решена и обобщена Адельсоном-Вельским и Кронродом: они рассмотрели произвольные уравнения

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = A(x,y)\frac{\partial v(x,y)}{\partial y}, \quad \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = -B(x,y)\frac{\partial v(x,y)}{\partial x}$$

с положительными функциями $A(x,y)$ и $B(x,y)$ и установили связь между гладкостью решений и гладкостью коэффициентов A и B (тождественно равных единице в случае уравнений Коши – Римана). При этом существенную роль в их работе играло изучение линий уровня функций двух переменных $u(x,y)$ и $v(x,y)$ и установление принципа максимума для этих функций.

Эта работа послужила отправным пунктом для изучения линий уровня произвольных непрерывных функций двух переменных, чему был посвящён ряд последующих работ А. С. Кронрода и Г. М. Адельсона-Вельского, удостоенных премии Московского математического общества.

Но этим Кронрод не ограничился. На протяжении следующих четырёх лет он построил глубокую теорию, охватывающую свойства функций двух переменных, связанные с понятием вариации и наметил путь для построения теории функций многих переменных.

Основными для теории явились понятия вариации функций двух переменных и двумерных множеств. А. С. Кронрод показал, что свойства, которые в случае функций одной переменной зависят от её вариации, расщепляются: для функций двух переменных естественно ввести две вариации. Одну из них он назвал плоской, другую — линейной. Для гладкой функции плоская вариация оказывается равной интегралу от модуля её градиента, взятого по области задания.

Линейная вариация — принципиально новый объект. А. С. Кронрод вводит понятие монотонной функции двух переменных и доказывает, что ограниченность линейной вариации позволяет представить функцию в виде разности монотонных функций. Для самой линейной вариации он даёт ряд эквивалентных определений, из которых особенно интересно одно. Оказывается, непрерывной функции двух переменных можно сопоставить одномерное дерево, элементами которого являются компоненты множеств уровня функции. На этом дереве при помощи исходной функции задаётся функция и метрика. Линейная вариация тогда оказывается равной обычной вариации функции, заданной на одномерном дереве. Ограниченность одновременно плоской и линейной вариаций обеспечивает существование почти всюду обычного полного дифференциала.

Развитая А. С. Кронродом теория функций двух переменных составида содержание его диссертации, защищённой в МГУ в 1949 году. Официальными оппонентами были М. В. Келдыш, А. Н. Колмогоров и Д. Е. Меньшов. За эту работу А. С. Кронроду была присуждена степень доктора физико-математических наук, минуя кандидатскую степень.

Теория Кронрода была существенно развита А. Г. Витушкиным. Это нашло отражение в двух монографиях: «О многомерных вариациях» А. Г. Витушкина и «Вариация множеств» Л. Д. Иванова. Основной стержень теории заключается в понятии вариации множества. Подмножеству n-мерного пространства сопоставляются вариации порядков от 0 до n. k-я вариация — это интеграл по пространству всех плоскостей размерности $n-k$ от числа компонент пересечения плоскости с данным множеством. Это понятие играет существенную роль в вопросах теории сложности разного рода задач и алгоритмов.

В сороковые-пятидесятые годы вокруг Кронрода сконцентрировалась активная группа учеников, реализовавших многие из его идей. Выше уже было сказано, что А. Г. Витушкиным теория Кронрода была распространена на многие переменные. А. Я. Дубовицкий детально исследовал множества критических значений функций многих переменных. Результаты

Кронрода сыграли существенную роль при решении А. Н. Колмогоровым и В. И. Арнольдом тринадцатой проблемы Гильберта.

В 1949 году Кронрод объявил семинар для первокурсников. Он был человеком, прошедшим войну, доктором физико-математических наук, но на первом же заседании семинара он сказал, что его можно называть просто по имени — Саша.

...И до сих пор все, знавшие его, называют его именно так — Саша...

На семинаре было выполнено несколько интересных исследований. Первокурсник Роберт (Боб) Минлос получил результат, который был представлен Колмогоровым к опубликованию в «Докладах Академии наук», через год второкурсник Толя Витушкин сделал работу, которую докладывал на заседании Московского математического общества.

Но вскоре Кронрод решил порвать с чистой математикой. Сделал он это решительно, раз и навсегда. Сделал он это потому, что открыл для себя новую сферу деятельности — вычислительную математику, программирование и создание вычислительных средств. И на этом поприще он добился больших успехов.

Кронрод стал работать в Институте теоретической и прикладной физики. Он возглавил огромную лабораторию, основное назначение которой было решение физических задач, предназначавшихся для создания атомного оружия. Атомное противостояние нашей страны и остального мира должно найти своего объективного историка, и тогда, несомненно, будут написаны страницы, посвящённые А. С. Кронроду. Но это дело будущего. Здесь же нужно сказать, что Кронрод значительно расширил сферу предписанной ему деятельности. Он был одним из предтеч исследований по искусственному интеллекту, он внёс фундаментальный вклад в развитие программирования, вычислительной математики, устройства вычислительных машин. Его работы были удостоены Сталинской премии.

Главным достижением Кронрода на новом поприще было создание школы, школы Кронрода. Ныне представители этой школы разбросаны по всему свету. И как сказал на собрании один из учеников Кронрода Владимир Львович Арлазаров «несмотря ни на какие кризисы, ни один из учеников Кронрода ни разу и никогда работы не лишился«.

Кронрод верил в то, что машины превзойдут человека в творческой деятельности, и очень много сделал, чтобы приблизить это время. Он был инициатором многих игровых программ, в частности, шахматных. На первом чемпионате мира по компьютерным шахматам программа Кронрода заняла первое место.

В 1961 году Кронрод начал работать в седьмой школе, и деятельность его, как Учителя, сыграла огромную роль в развитии математического образования сначала в нашей стране, а потом и в других странах.

Вот что вспоминает один из выпускников седьмой школы М. А. Перегудов: «Я настолько был очарован Александром Семёновичем, что мне трудно было общаться с другими людьми: я всех мерил по кронродовской планке, но мало кто из тех, с кем после школы сводила меня жизнь, до этой планки дотягивал». А вот какое письмо прислала из Тель-Авива его бывшая ученица Ольга Кардаш (Горелик): «Дорогие друзья! Я думаю, что всем нам невероятно повезло, что мы учились у А. С. Кронрода. Мне кажется, что мир был бы для нас другим, да и сами мы были бы другими, если бы его не было в нашей жизни.

Когда я увидела его в первый раз, мне показалось, что на сцену вышел Бог в человеческом обличье. Он был личностью такого плана, которую не затушует никакое время, и мне хочется сказать от всех нас: Спасибо, что Вы были с нами, Александр Семёнович! Спасибо за всё!»