

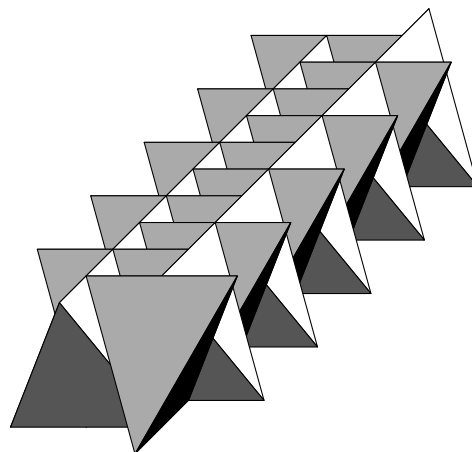
## История одной олимпиадной задачи

А. Я. Канель

На 63-й Московской Городской Математической олимпиаде (2000 г., 11 класс, задача №6) была предложена следующая задача:

*Можно ли так расположить в слое между двумя плоскостями семейство одинаковых выпуклых тел так, чтобы ни одно из них нельзя было сдвинуть, не задевая остальные?*

На плоскости, в слое между двумя прямыми, такого расположения выпуклых фигур нет (это довольно содержательная задача). А в пространстве ответ — да! (см. рис.).



Докажем, что ни один из тетраэдров нельзя выдвинуть. Заменим один из них вписанным в него шаром  $S$  и покажем, что этот шар нельзя выдвинуть. Вращать шар бесполезно, поэтому ограничимся рассмотрением параллельных переносов.

Рассмотрим плоскость грани  $\Gamma$  другого тетраэдра, которая касается  $S$ . Множество векторов сдвига, разрешенных  $\Gamma$ , задается множеством векторов, идущих из  $\Gamma$  в сторону  $S$ . Такие вектора образуют полупространство направлений, а множество возможных сдвигов есть пересечение множеств направлений (полупространств), разрешенных гранями тетраэдров укладки, касающихся  $S$ .

Легко видеть, что оно пусто. Поэтому шар, а значит, и тетраэдр, в который он вписан, не вынимается.

Я встретился с этой задачей так. В свое время меня не взяли в аспирантуру МГПИ им. В. И. Ленина (помимо обычных проблем была и такая — тогдашний проректор института заявил, что специалисты по истории КПСС против) и я

поступил в аспирантуру московского Горного Института. Там я занялся изучением равновесия блочных массивов скальных пород, прочел книгу R. Googman and Shi-gen-Hua “Introduction to Rock Mechanics”. В этой книге была изложена концепция *ключевого* блока. Ключевые блоки — это те блоки, которые не заклинены остальными и могут двигаться внутри выработки. Для обеспечения безопасности выработки достаточно осуществить крепление только таких блоков. Там же содержатся рассуждения с пересечением пространств направлений, задаваемых гранями. Вопросы, связанные с возможным отсутствием ключевых блоков там даже не поднимались.

После защиты диссертации я к горному делу не возвращался. Однако, узнав, что из выпуклых тел можно составить выпуклое тело так, чтобы ни одно из них нельзя было выдвинуть, придумал ту самую задачу для Московской олимпиады.

История имела занятное продолжение. Когда я был в Израиле в мае 2000 года и имел трудное финансовое положение, то вспомнил, что за доклады платят (50\$) и нашел бывшего научного руководителя по аспирантуре. На какую тему сделать доклад?

Пришла идея. В малом зерне не развивается трещина. С другой стороны, зерна могут клинить друг друга, если их сделать, скажем, в форме правильных тетраэдров и расположить так, как это сделано в решении задачи Московской Олимпиады. Поэтому возникает возможность создавать композиты, в которых плохо распространяются трещины. Они могут выдерживать высокое давление и обладают другими интересными свойствами.

Данная идея заинтересовала специалистов. Так был изобретен новый способ укладки кирпичей (как мне кажется, красивый).

Были предложены другие расположения зерен. Оказалось, что вопросы, связанные с пространственной организацией структурных элементов при расположении композитов (в плане создания пространственной структуры материала) в должной мере не исследованы, не говоря уже об эффекте самозаклинивания зерен. В данный момент ведется работа вместе с материаловедцами и специалистами по механике; уже принята к печати статья (A. V. Dyskin, Y. Estrin, A. J. Kanel-Belov, E. Pasternak *A new concept in design of materials: assembles of interlocked tetrahedron-shaped elements*, to appear in Scripta Materialia).

Таким образом, я выступил в роли своего рода «культурного агента» (ведь ничего по сути изобретено мною не было). Эффективным оказался другой, чуть более широкий взгляд на ситуацию, чем просто решение олимпиадной задачи.