

## Из выступлений на заседании Московского математического общества, посвященном памяти Е. М. Ландиса

М. И. Вишик: Я был другом Евгения Михайловича Ландиса. Мы встретились с ним в 40-х годах. Он вернулся из армии, в гимнастерке, на старый мехмат. Его математическое дарование сразу было замечено, и я почувствовал необыкновенного человека в нем. С тех пор наша дружба продолжалась. Мы работали сначала в разных институтах, потом на мехмате, на кафедре дифференциальных уравнений, и всегда вместе обсуждали все возникающие вопросы.

Евгений Михайлович, как сегодня было видно из докладов, был выдающимся математиком, очень талантливым. В его работах всегда чувствовалось стремление решать трудные и глубокие задачи. Он не любил простых задач и не стремился к тому, чтобы у него было много работ. Он очень ценил новые направления, новые мысли, что-то новое, с изюминкой, чего раньше не было, т. е. то, что как раз характерно для нашей московской математической школы.

Евгений Михайлович, кроме того, что был выдающимся математиком, был действительно большим человеком. Надо сказать, что мы с ним часто разговаривали на разные математические темы и, конечно, консультировались по другим вопросам, которые у нас возникали.

У нас в Москве была тогда большая, выдающаяся математическая школа. Консультацию по возникающим математическим вопросам можно было получить в личном разговоре, или по телефону, или на мехмате. Я помню, что когда что-то нужно было узнать по дифференциальным уравнениям, мы обращались к Евгению Михайловичу. Он, когда к нему обращались с вопросом, очень это серьезно воспринимал. Помню, я перед ним поставил задачу, связанную с нелинейными уравнениями второго порядка. Он очень обрадовался, когда ее решил. Позвонил, и сам прибежал ко мне домой, и рассказал решение этой задачи. Вот тут виден Евгений Михайлович, как он относился к другим, когда его о чем-то спрашивали, и насколько он готов был всегда помочь, и как-то ответить на вопросы, которые ему задавали.

Мы, когда преподавали на мехмате, на кафедре дифференциальных уравнений, часто совещались по телефону, как читать курс уравнений с частными производными, как читать спецкурсы и т. д. У нас по телефону образовался такой своеобразный семинар. Мы в начале учебного года обычно обсуждали то, как будем читать свои курсы, и затем, когда возникали в течение года другие вопросы, мы тоже их с ним обсуждали. И всегда это было для меня очень полезно.

Мы часто вспоминали слова Ивана Георгиевича Петровского, который говорил нам, как надо читать: «Не читайте много, а читайте внятно». Особенно часто мы их вспоминали, когда начинали спорить, что лучше читать. Мы не укладывались по времени, потому что программа курса дифференциальных уравнений с частными производными была очень обширной. (И действительно, это видно из книги Ивана Георгиевича и других пособий, что трудно было уложиться, основательно излагая весь материал.) Когда мы обсуждали вопрос, что можно опустить, а что нет, Евгений Михайлович, вспоминая эти слова, говорил, что не так важно прочитать подробно, а важно прочитать так, чтобы это дошло, и воспитывало аудиторию должным образом. Вот тут виден Евгений Михайлович, как последователь Ивана Георгиевича, виден его глубокий и вдумчивый подход.

Евгений Михайлович Ландис всегда вел не только основной семинар (впоследствии он вел его с Владимиром Александровичем Кондратьевым), но также все время (и этому он меня научил) вел просеминар для студентов, начиная с 1-го и 2-го курсов. На просеминаре Евгений Михайлович предлагал простые задачи, потом обсуждал решения этих задач, — и очень много сам рассказывал из разных областей математики. Это могли быть не только дифференциальные уравнения. Это была теория функций, о которой сегодня много говорилось, теория функций комплексного переменного, геометрия, дифференциальная геометрия — целые разделы из этих областей математики он излагал. Молодые люди из года в год росли, многие из них поступали к Евгению Михайловичу в аспирантуру, становились учениками его основного семинара, а он сам начинал все сначала на новом просеминаре для студентов первых курсов. Таким образом создавалась математическая школа Е. М. Ландиса.

Евгений Михайлович был настолько внимателен к молодым людям, что это стало уже известно всей нашей молодежи, и очень много студентов записывалось к нему как к научному руководителю, чтобы учиться у него. Им созданная школа получила мировое признание, а сам Евгений Михайлович, как руководитель этой школы, стал образцом внимательного и чуткого руководителя молодых людей.

Я хотел бы сказать также, что Евгению Михайловичу был присущ художественный талант. Он любил и подмечал все красивое. Известно, что он умел хорошо рисовать и даже писать маслом. Когда нужно было сделать кому-нибудь юбилейное послание, то всегда на кафедре просили, чтобы Евгений Михайлович нарисовал портрет юбиляра, что он и делал с большой охотой.

Я должен сказать, что Евгений Михайлович никогда не делал замечаний каким-то людям. И он навсегда остался в нашей памяти человеком очень добрым. У нас всегда перед глазами его улыбка, а в памяти — его благожелательность. И этот образ Евгения Михайловича является для нас, в каком-то смысле, неповторимым образцом человека, выдающегося математика, очень талантливого, очень глубокого и вместе с тем очень доброго и благожелательного ко всем тем, с кем он имел дело. Все, что он создал в математике, безусловно, останется навсегда в науке, а его образ останется всегда с нами, на всю жизнь.

В. Л. Арлазаров: Это было в 60-е годы. Евгений Михайлович работал в ИТЭФ, в математической лаборатории, которой заведовал А. С. Кронрод. Он был профессором, старшим научным сотрудником. Задачи появлялись у физиков, а математики должны были их как-бы «обматемативать», и это не сводилось

к тому, чтобы решить правильно поставленную задачу (как раз с этим физики часто сами неплохо справлялись). В сложных случаях хороший результат получался только, если математик и физик ставили задачу совместно. Важнейший тип задач, которые решались в ИТЭФе, это — обсчет траекторий частиц в водородных камерах, выяснение по траекториям, какие реакции происходили при столкновении частиц. Программы для этих задач были довольно сложные. И Евгений Михайлович проявлял при этом ту самую изобретательность, которую мы видели у него в чисто математических работах. Этими программами, которые делались в 63-м, 64-м годах, продолжали пользоваться и в 80-х. Это фантастический срок жизни для программ.

Работа об AVL-дереве до сих пор входит в любой достаточно солидный учебник информатики. Смешно, что и у нас теперь эти буквы пишут по-латински, хотя AVL — это Адельсон-Вельский и Ландис.

Мы тогда занимались программными задачами, в которых надо было запоминать числа и другие объекты, и потом их же и искать. Можно запоминать объекты в порядке поступления, но тогда долго будет их искать. А можно запоминать по-хитрому. Конечно, лучше всего запоминать объекты, которые упорядочены. Тогда поиск занимает ровно логарифм от общего числа объектов. Но тут возникает трудность: искать легко, а добавить новый объект так, чтобы не разрушить порядок, трудно. В те годы появлялось много работ о том, как устроить такую систему, чтобы было и искать быстро, и вставлять быстро — мы называли такие системы «текущими справочными». На семинаре Кронрода, в котором мы все участвовали, кто-то из аспирантов рассказал американскую работу, в которой «справочные» строились в виде дерева. Впрочем, и до этого представлять «справочную» иначе, чем в виде дерева, никому и в голову не приходило. А в таком дереве очень хорошо искать.

На семинаре нам рассказали, что если все исходы равновероятны, то, вообще говоря, гулять по такому дереву, и его строить, и добавлять можно достаточно быстро. Глубина дерева будет, как правило, равняться логарифму от числа вершин, и эта же величина будет равняться количеству операций, уходящих как на поиск, так и на перестройку дерева.

Евгений Михайлович сказал, что если в среднем это так, то должен быть способ построить дерево, чтобы всегда это было так. И он бродил по лестницам, коридорам и переходам нашего здания, думал и время от времени говорил: «О, уже придумал?» За ним ходил Адельсон-Вельский, и каждый раз, когда Ландис что-то придумывал, он догонял его и строил контрпример. И так они ходили две недели друг за другом и придумывали: Ландис — алгоритм, Адельсон — противоречащий пример. Под конец у обоих создалось впечатление, что они дошли до таких алгоритмов, для которых контрпример придумывать все труднее и труднее. И после этого они вдвоем построили правильный алгоритм. Сейчас это можно рассказать за три минуты, так это просто и красиво. Рассказать так, чтобы было видно, что по-другому и быть не может.

У Ландиса была такая присказка, такое любимое выражение, что математика можно узнать по тому, сколько времени он согласен думать над одной задачей. Если он согласен думать достаточно долго, то он либо уже математик, либо потенциальный математик. А если нет, то и говорить не о чем.

Н. Н. Константинов: Я познакомился с Ландисом в 50-м году, на втором курсе, когда занимался в семинаре, который Кронрод с Ландисом вели для второкурсников. Семинар был, в основном, по теории функций действительного переменного, хотя часто выходил за эти рамки. У Евгения Михайловича была тогда любимая тема «Дескриптивная теория множеств и функций». Иногда на семинаре бывали моменты, когда одна задача кончилась, а другая не началась. И тогда Ландис говорил: «Вот я хочу рассказать про дескрипцию».

Позже мне для аспирантского экзамена нужно было изучить статью А. А. Ляпунова про  $A$ -множества в Успехах Математических Наук. Она была написана довольно сложно. Ландис мне тогда рассказал удивительно красиво и просто основной стержень этой теории — эквивалентность трех определений  $A$ -множества. Мне это очень понравилось. Помню, как Ландис охарактеризовал эту теорию. Она, говорил он, красива и изящна, как музыка Моцарта. Но подумав, сказал: «Нет, пожалуй, музыка Моцарта слишком серьезна для такого сравнения. Скорее — как музыка Россини».

В семидесятые годы группа молодых московских математиков, в основном, преподавателей математических школ, организовала ежегодный летний трудовой математический лагерь в Эстонии. Однажды туда приехал Е. М. Ландис с дочерью Леной. Они жили в палатках, как и все. Жизнь в палатке Евгения Михайловича несколько не смущала. Было ощущение, что он воспринимает это как нечто естественное. В лагере было довольно много математических занятий, и на одном из них Ландис прочитал для школьников лекцию: «Применение золотого сечения в библиотечном деле». Речь шла о сбалансированном дереве — недавней тогда работе Г. М. Адельсон-Вельского и Е. М. Ландиса. Надо сказать, что эту лекцию не очень-то поняли школьники. Единственный, кто ее с первого раза понял, был Гриша Рыбников, которого, я думаю, многие знают. Говорят, что эту работу можно рассказать за три минуты. Может быть, это и верно, но все-же, видимо, желательно, чтобы у слушателя была к этому времени серьезная подготовка, например, высшее математическое образование.

Отмечу интересную деталь. Колхоз дал нашему лагерю лошадь и телегу, чтобы мы могли ездить за продуктами. И тут выяснилось, совершенно неожиданно, что Ландис большой специалист по лошадям — он разбирался в них не хуже колхозных конюхов. А дело в том, что Ландис во время войны был командиром артиллерийского взвода. Тягловой силой были лошади. И в период некоторого затишья основная забота была о лошадях. Ну, и волей-неволей Ландису пришлось стать большим специалистом по уходу, подковыванию и чистке. Кстати, школьник, которому в нашем лагере было поручено работать с лошадью — кормить, запрягать и ездить за продуктами — имел звание «клячмейстер», и это очень забавляло Ландиса.

Однажды мы с Ландисом переходили улицу. Улица была совсем пустая, но где-то ехала машина. Я говорю: «Пойдем, успеем». «Да, конечно, успеем, но у меня есть привычка пропускать машину. Я не хочу эту привычку разрушать». Такой подход показался мне интересным. И я подумал, что ведь, надо же, человек прошел две войны, и остался целым. Ну, понятно, что здесь, может быть, везения 90%, но еще сколько-то и умения быть осторожным.

Однажды Ландис, будучи студентом, должен был сдать спецкурс Л. А. Люстернику. Они встретились в назначенное время, Люстерник задал вопрос и куда-то вышел. Вскоре он вернулся, но не начал экзамена, а стал разговаривать с Ландисом о разных посторонних вещах. Это длилось около часа. Наконец Люстерник нетерпеливо посмотрел на часы и сказал: «Ну куда же он пропал?». «Кто-то должен подойти?» — спросил Ландис. «Ну конечно, где же тот студент, которого мы с вами должны экзаменовать?». Получился очередной анекдот про Люстерника. А дело в том, что Ландис, во-первых, выглядел намного старше большинства однокурсников, а во-вторых, он постоянно выступал на научных семинарах, и в нем привыкли видеть взрослого математика.

Л. А. Кронрод: Из всех присутствующих здесь, наверное, я больше всех по времени знаю Геню Ландиса. Мы с ним поступили в университет в 1939 году. Но наших мальчишек в 39-м, в сентябре, забрали в армию. И Геня стал учиться в университете уже после войны.

Я была жена (теперь называюсь вдова) Кронрода А. С. Мы с Геней были очень близки, в каком-то смысле даже суеверно близки. День рождения Гени Ландиса 6 октября, А. С. Кронрод умер 6 октября. Были и другие полные совпадения.

Одна совместная работа Кронрода и Ландиса осталась неизвестной, потому что она нигде не публиковалась. Они вдвоем написали очень хороший учебник для школьников и первокурсников по теории функций действительного переменного. Этот учебник хранится у меня дома, и я думаю, что когда-нибудь его опубликую.

Из воспоминаний Евгения Михайловича о войне я могу рассказать один эпизод. Как известно, он был в расчете, где была пушка и лошади. Однажды немцы наступали и уже вошли в одну деревню. А пушка наших стояла на краю деревни. Наши спрашивают у своего начальства: «Что нам делать с пушкой?». И вот, наконец, получают приказ взорвать пушку. Ее взорвали. «А потом, — говорит Геня, — я ничего не помню». Его контузило при этом взрыве. Когда он очнулся, он увидел, что лежит у обочины. Вокруг стонут раненые, а немцы идут по дороге и их пристреливают. Геня притворился мертвым. И если бы не было этой контузии, Геня Ландис был бы сейчас с нами. Его здоровье было очень сильно подорвано этой контузией.

А. Д. Мышкис: Я знаю Евгения Михайловича с 1946 г. Тогда я был ассистентом на кафедре дифференциальных уравнений мехмата МГУ и вел практические занятия, а Евгений Михайлович был студентом второго курса. Я уже слышал от моего друга А. С. Кронрода, чрезвычайно яркого человека и талантливого математика, что у него появился весьма способный ученик, который подключился к его научной работе. Евгений Михайлович был даже старше, чем Александр Семенович (на 16 дней), но из-за войны задержался с учебой и, таким образом, на первом этапе оказался учеником Александра Семеновича.

Авторитет Евгения Михайловича среди студентов был общепризнан. Например, помню такой эпизод. Лектор в курсе дифференциальных уравнений доказывал теорему Пеано по методу Перрона, но как-то очень уж громоздко. Евгений Михайлович придумал упрощение этого доказательства и рассказал об

этом своим однокурсникам. Когда я принимал экзамен, одна студентка, которой попался этот вопрос, спросила: «А можно я буду рассказывать по Ландису?» Получив согласие, она хорошо изложила доказательство.

После публикации работ в области «чистой» ТФДП, Евгений Михайлович довольно быстро перешел к дифференциальным уравнениям — особенно, с частными производными. Это направление и стало в дальнейшем для него преобладающим. Он поступил в аспирантуру к И. Г. Петровскому. Помню, как Иван Георгиевич, понимая формальный характер этой процедуры, поручил О. А. Олейник и мне принять у Евгения Михайловича аспирантский экзамен по теории уравнений с частными производными. А мы к тому времени были уже все трое друзьями и давно перешли на «ты». Мы с Ольгой Арсеньевой задавали вопросы, стараясь «подловить» Евгения Михайловича на чем-нибудь, но долго никак не могли этого сделать. Однако нападающих было двое против одного, и в конце концов мы поймали его на тонком вопросе, связанном с характером изолированных особых точек гармонической функции, чем и были полностью удовлетворены.

Отмечу, что у Ивана Георгиевича учеников было мало, а сумевших проявить себя в математике — и совсем мало. Сам он как-то сказал: «У меня только человек пять вышло в люди.» — и, конечно, Евгений Михайлович был одним из них. Иван Георгиевич не был руководителем в узком смысле, он давал только самые общие установки, предоставляя своим ученикам полную свободу; скорее, он старался передать свои взгляды на различные вопросы математики и жизни. Такой метод хорош только для более сильных аспирантов. Отчасти поэтому, а отчасти и из-за своих выдающихся способностей, Евгений Михайлович довольно быстро стал самостоятельным ученым.

Надо сказать, что Евгений Михайлович Ландис, будучи студентом, довольно быстро перешел к исследовательской деятельности. У него были серьезные работы, совместные с Кронродом. Потом он довольно быстро переключился на уравнения с частными производными и стал учеником И. Г. Петровского.

В то время на мехмате активно работал замечательный семинар по теории уравнений с частными производными, которым руководили С. Л. Соболев, И. Г. Петровский и А. Н. Тихонов (обычно их перечисляли в таком порядке, по росту). Это был центр, вокруг которого группировались исследователи не только из Москвы, но и из других городов. Наряду с корифеями, в нем активно работал дружный коллектив молодых математиков: М. И. Вишик, О. А. Ладыженская, О. А. Олейник и другие. Это был романтический период: мы активно работали, немедленно делились друг с другом результатами, обсуждали их, старались помочь друг другу.

Евгений Михайлович быстро вошел в этот коллектив, сохраняя в работе свой характерный стиль, о котором я уже упомянул. Вообще, я думаю, что в мировой математике среди специалистов по теории уравнений с частными производными трудно указать людей, столь совершенно владеющих качественными методами и умеющими их эффективно применять, как Евгений Михайлович.

Евгений Михайлович отличался ровным, доброжелательным характером, он был истинно интеллигентным человеком, я ни разу не слышал, чтобы он повысил голос или кому-нибудь строго выговаривал. Светлый облик Евгения Михайловича всегда в моей памяти.