

Листок 1

1. Покажите, что уравнения $y^2 = x^3 - 5$ и $y^2 = x^3 - 6$ не имеют целых решений.
2. Найдите все целые решения уравнения $y^2 = x^3 - 4$.
3. Докажите, что единственным рациональным решением уравнения $1 + 4x^3 = y^3$ является пара $(0,1)$.
4. Покажите, используя целые гауссовы числа, что уравнение $y^2 = x^3 - 16$ не имеет целых решений.
5. Единственными рациональными решениями уравнения Эйлера $y^2 = x^3 + 1$ являются $(0, \pm 1)$, $(-1, 0)$, $(2, \pm 3)$.
Указание: докажите и воспользуйтесь тем, что нет натуральных взаимно простых b и c ($3 \nmid c$), таких что $bc(c^2 + 3bc + 3b^2)$ полный квадрат.
7. Ненулевое целое является суммой двух квадратов целых чисел тогда и только тогда, когда оно сумма двух квадратов вещественных и p -адических для любого p .
8. Решите в целых $x^3 + y^3 = 1729$
9. Конечность бинарных квадратичных форм при заданном дискриминанте.