

Задачи к лекции 1

- 1 Приведите классификацию бинарных квадратичных форм.
- 2 Докажите, что для бинарных квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$, рассмотреть множество точек $b^2 = ac$, то все типы форм расположены в разных областях относительно этого конуса (или на нём).
- 3 Докажите, что треугольная гипоциклоида действительно является геометрическим местом точек отмеченной точки на окружности радиуса 1, которая катится, касаясь внутренне, по окружности радиуса 3.
- 4 Приведите параметрическое описание браслета \mathbb{R}^4 .
- 5 Докажите, что дискриминант и многочлены от него являются единственными ковариантами бинарных квадратик и кубик.
- 6 Дополнение до омбилического браслета в \mathbb{R}^4 это полноторие.

Задачи к лекции 2

- 1 Пусть $C \subset \mathbb{P}^2$ – плоская кубика, и $P \in C$ – точка перегиба. Докажите, что с помощью замены координат на \mathbb{P}^2 можно привести C к виду $Y^2Z = X^3 + aX^2 + bXZ^2 + cZ^3$.
- 2 Докажите, что через девять точек перегиба проходит четыре прямых.
- 3 Найдите решения уравнения

$$xy(x + y) = zw(z + w)$$

- 4 Найдите параметризацию для особой кубики.
- 5 Перечислите возможные случаи кубик над комплексными числами: рас-
положение, конфигурация.
- 6 Докажите, что кривая в канонической форме Гессе особа тогда и только
тогда, когда $\lambda^3 = -27$.