

Линейные коды

курс И.В. Аржанцева

летняя школа "Современная математика", Дубна, 20-24 июля 2016

ЗАДАЧИ К ЗАНЯТИЮ 3

Задача 1. Используя вычисление идеалов I_s , найдите минимальное расстояние для кода Хэмминга $[7, 4]_2$.

Задача 2. Пусть F – произвольное поле и $f(x)$ – многочлен положительной степени над F . Докажите, что в кольце $F[x]/(f(x))$ все идеалы являются главными и порождаются делителями многочлена $f(x)$.

Задача 3. Выпишите явно порождающую и проверочную матрицы циклического кода, отвечающего делителю $g(x)$ многочлена $x^m - 1$ над \mathbb{F}_q .

Задача 4. Разложите многочлен $x^7 - 1$ на неприводимые множители над полем \mathbb{F}_2 . С помощью циклического кода, отвечающего делителю $g(x) = x^3 + x + 1$ многочлена $x^7 - 1$, закодируйте сообщение 1010. Докажите, что данный циклический код эквивалентен коду Хэмминга $[7, 4, 3]_2$.

Задача 5. Пусть $n = 2^m - 1$. Докажите, что $[n, n - m]_2$ -код Хэмминга эквивалентен бинарному циклическому коду, порождающий многочлен которого является минимальным многочленом некоторого примитивного элемента поля \mathbb{F}_{2^m} над \mathbb{F}_2 .